İÇİNDEKİLER

1- BASİT KİRİŞLERİN İÇ KUVVETLERİNİN ANALİZİ

İç kuvvetler-normal kuvvet:-kesme kuvveti:-eğilme momenti:

Pozitif yönler

İzostatik Kirişlerin Kesit Tesir Diyagramlarının Çizilmesi

Kesim Yöntemi ile Kesit tesir diyagramlarının çizilmesi.

Dağcılık (alan) Yöntemi ile Kesit tesir diyagramlarının çizilmesi.

İzostatik Çerçevelerin Kesit Tesir Diyagramlarının Çizilmesi

2-GERBER KİRİŞLER

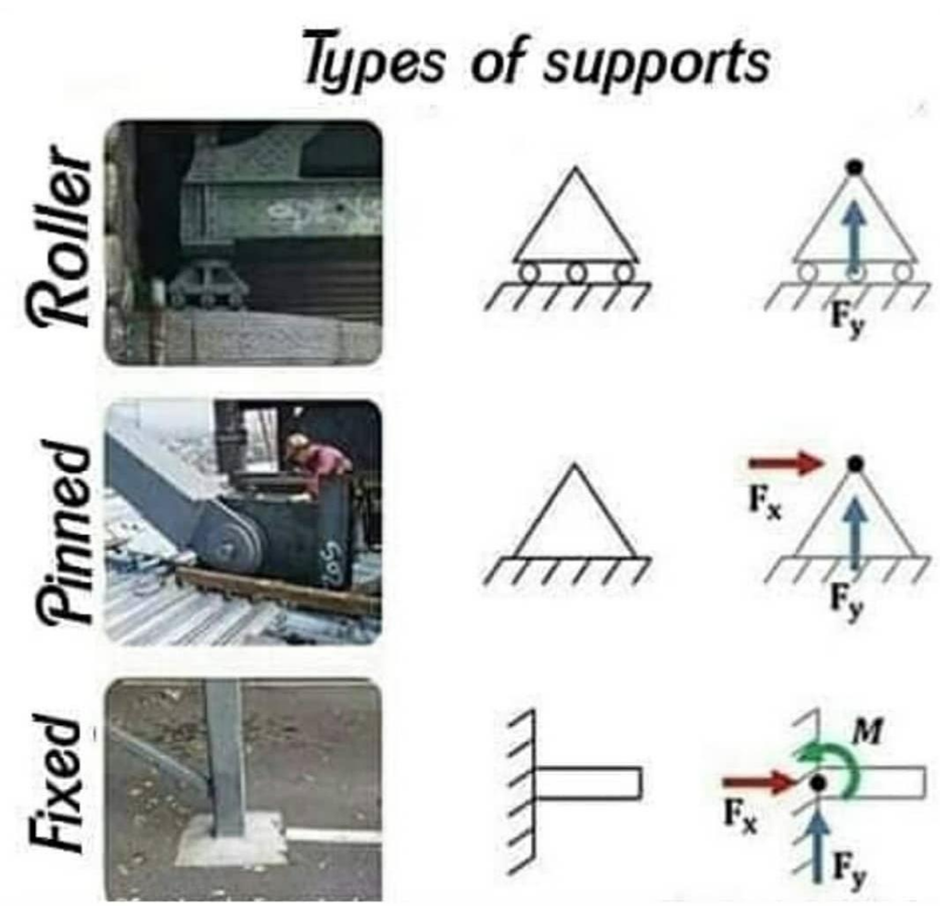
3-KAFES KİRİŞLER

- Düğüm Noktalarının Dengesi Yöntemi İle Kafes Kiriş Çubuk Kuvvetlerinin Hesabı

-Kesim Yöntemi İle Kafes Kiriş Çubuk Kuvvetlerinin Hesabı

4- HİPERSTATİK SİSTEMLERİN TANITILMASI

Tek açıklıklı hiperstatik düzlem kirişlerin kesit tesir diyagramlarının tablo yardımıyla çizimi



Şekil 1: Mesnet tiplerini ve reaksiyonlarını hatırlayalım.

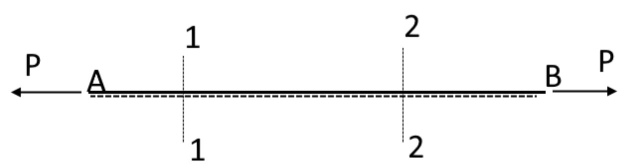
BASİT KİRİŞLERİN İÇ KUVVETLERİNİN ANALİZİ

Statik bir sisteme dışarıdan etki eden sabit ve hareketli yükler dış kuvvetleri oluşturur. Statik sistem bu dış kuvvetlerin etkisi altında dengede olduğu varsayılarak mesnet reaksiyonları üç denge denklemi ile hesaplanır ve doğru yönleriyle birlikte yerlerine yazılır. Önceki mekanik statik derslerinde İzostatik sistemlerin sadece mesnet reaksiyonlarını hesapladık ve yerlerine birer dış kuvvetmiş gibi etki ettirdik. Oysa dış yüklerin etkisi altında yapısal elemanın kesitinde bir takım zorlanmalar ve kuvvetler oluşmakta ve yapı tasarımı bu kuvvetlere göre yapılmaktadır.

İÇ KUVVETLER

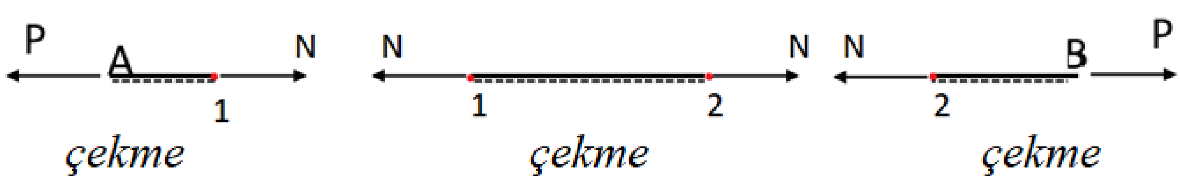
Kirişe etki eden mesnet reaksiyonları dâhil bütün kuvvetler kirişin boy ekseni doğrultusunda bir takım kuvvetler oluştururlar. Bu kuvvetlere iç kuvvetler yâda kesit tesiri denilmektedir. Kesit tesirleri her zaman dış yükler ile denge halindedir. Statikte normal kuvvet (N), Kesme kuvveti (Q) ve eğilme momenti (M) olarak tanımlanan iç kuvvetler, birbiri ile temas halinde olan cisimlerin arasındaki etki ve tepki kuvvetlerinin, aynı şiddette, aynı tesir çizgisi üzerinde ve zıt yönde olduğunu ifade den etki= tepki prensibi ile uygunluk halindedir.

Bir AB çubuğunu göz önüne alalım. Bu çubuğun her iki ucundan da çekilerek uzatılmak istendiğini varsayalım. Bu çubuğun üzerinde şekildeki gibi 1 ve 2 noktalarından 1-1 ve 2-2 kesiti alalım. Kesim alına noktaların yeri çubuğun özelliği çubuk boyunca değişmediği için rastgeledir.



Şekil 2

Kesilen her parça kendi içerisinde dengede olacağından dış kuvvetlerin etkisiyle oluşan iç kuvvetler (N), dış kuvvetlere (P) eşit ve ters yönde ve aynı tesir çizgisi üzerinde oluşacaktır. Bu örnekte AB çubuğu çekmeye zorlanmaktadır.

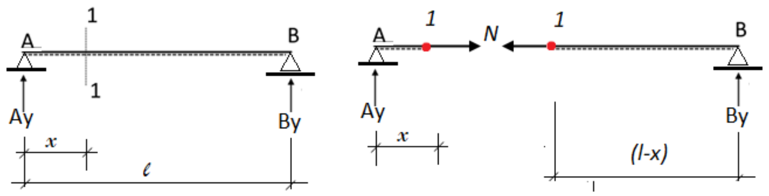


Şekil 3

Kesim yapılan her bir parçanın diğer kısmı silinip elde olan kısma denge denklemi uygulanırsa kesit tesirinin değeri hesaplanmış olur. Çubuk, kendine etkiyen dış kuvvetler ve kesit tesirleri altında dengededir. Çubuk kesitlerinde ortaya çıkan kesit tesirleri, her zaman dış kuvvetlere eşit fakat zıt yönlüdürler.

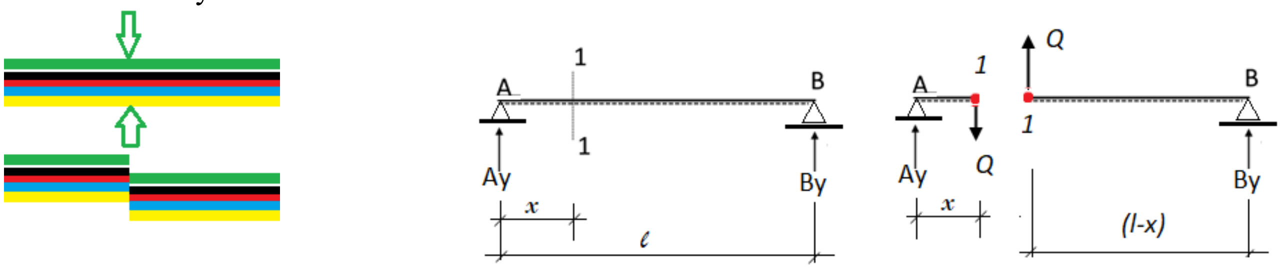
Şimdi çubuğun sanal olarak kesilmesiyle ortaya çıkan kesit tesirlerini teker teker ele alalım.

1-NORMAL KUVVET: Çubuk boy eksenine *PARALEL* etkiyen mesnet reaksiyonları dâhil bütün kuvvetler çubuk kesitinde normal kuvvetleri oluştururlar. Normal kuvvetler çubuğun boyunu uzamaya yâda kısalmaya zorlarlar. Uzama sonunda kopma, kısalma sonucunda ise ezilme yâda burkulma oluşur. Normal kuvvetleri genel olarak (N) ile gösteririz.



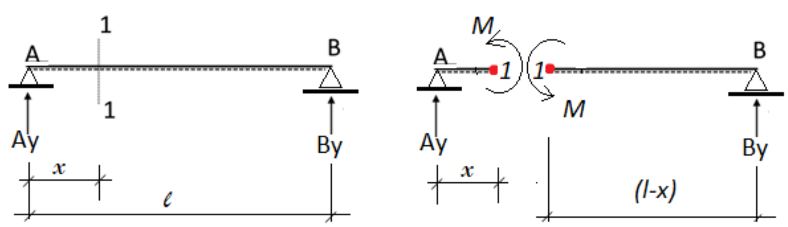
Şekil 4

2-KESME KUVVETİ: Çubuk boy eksenine *<u>DİK</u>* etkiyen mesnet reaksiyonları dahil bütün kuvvetler çubuk kesitinde KESME kuvvetlerini oluştururlar. Kesme kuvveti adından da anlaşılacağı üzere çubuğu etki ettiği noktada kesmeye zorlamaktadır.



Şekil 5

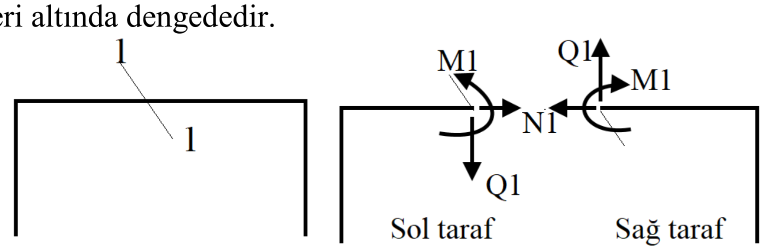
3-EĞİLME MOMENTİ: Kirişe etkiyen mesnet reaksiyonları dâhil bütün dış kuvvetlerin kesim yapılan noktaya göre momenti o noktadaki eğilme momentini verir. Eğilme momenti, çubuğun eğilerek göçmesine sebep olur.



Şekil 6

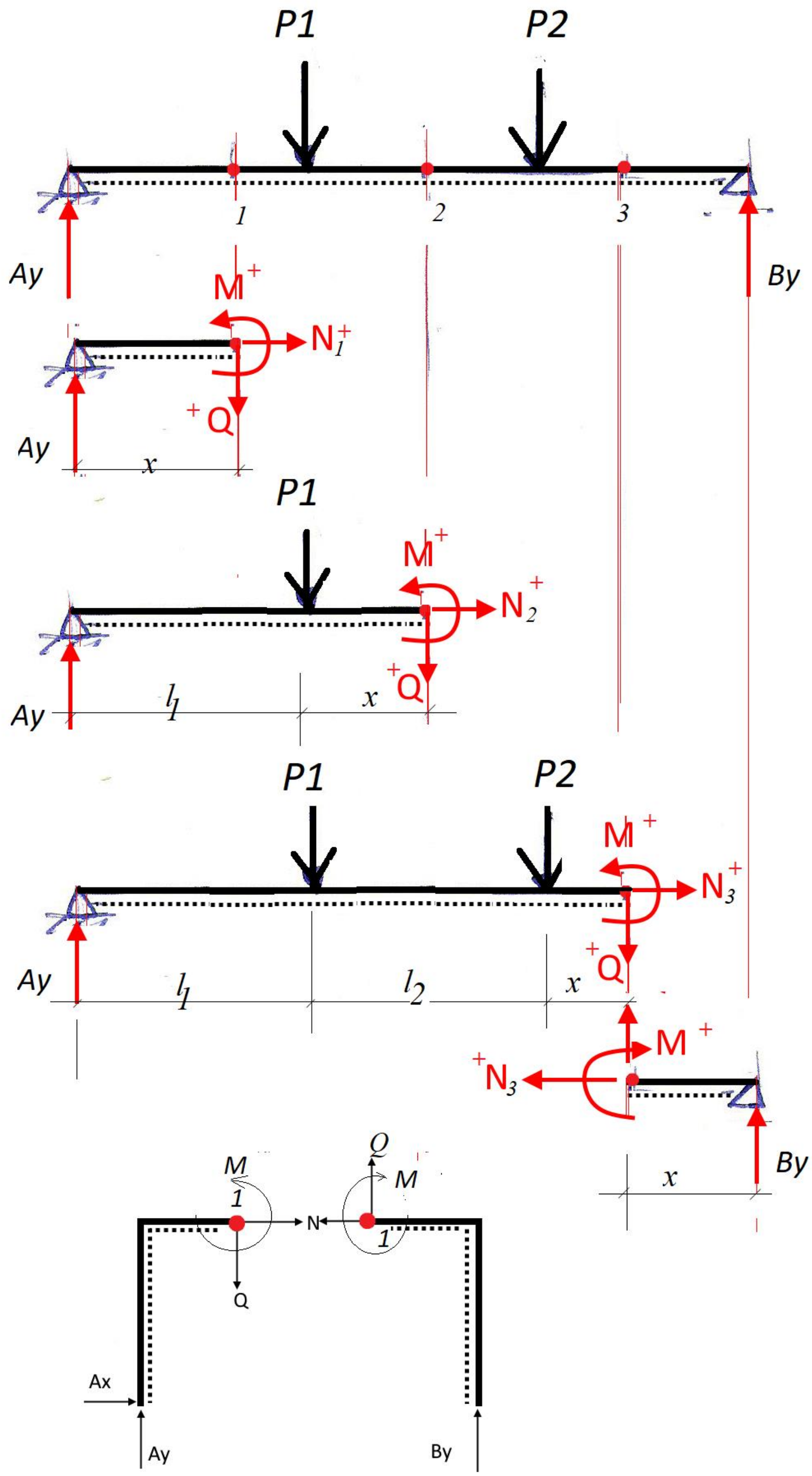
Pozitif Yönler

Çubuğa, bakış yönü diye tabir edilen noktalı kısımdan bakılır ve kesit tesirleri için şu pozitif yönler esas alınır. Şekildeki düzlem kiriş, verilen yükler ve hesaplanan mesnet reaksiyonları etkisi altında dengededir. Kesit tesirlerinin pozitif yönlerini tarif edebilmek için, sistemin bir tarafı keyfi olarak nokta çizgi ile işaretlenir. Noktalı taraftan noktasız tarafa bakılırsa sol tarafta kalan kısım sol, sağ tarafta kalan kısım da sağ kabul edilir. Çubuk hayali bir dik kesitten kesilip hayali olarak iki kısma ayrılır. Bu iki kısımda ayrı ayrı kendine etkiyen dış kuvvetlerin ve kesit tesirleri altında dengededir.



Şekil 7

Kesit tesirleri hesabında pozitif yönler

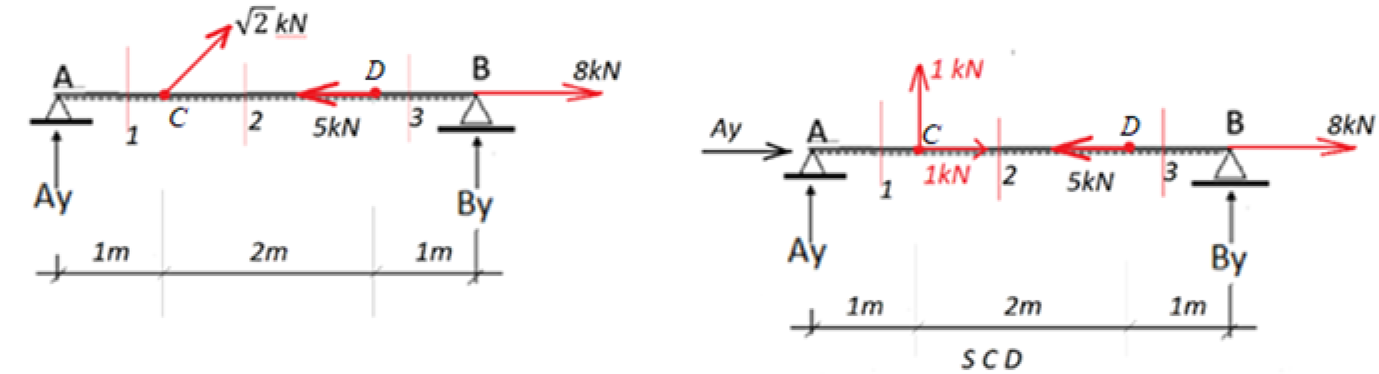


Şekil 8

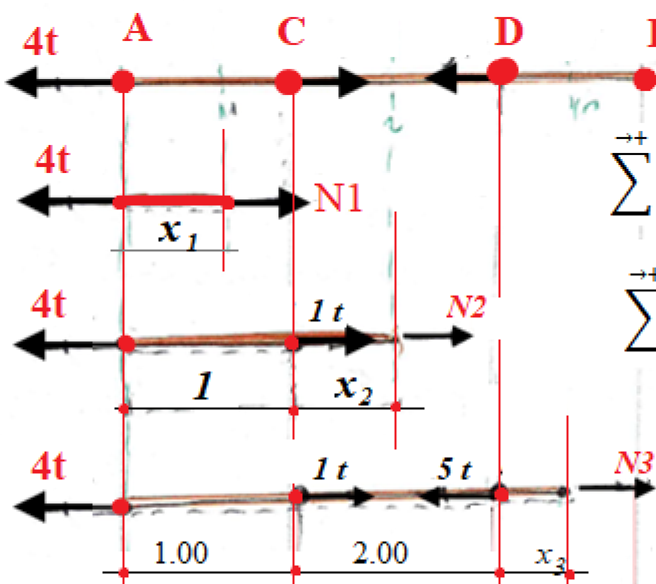
MİSAL:

Verilen kirişin 1-1, 2-2 ve 3-3 kesitlerinde oluşan normal kuvvetleri (N) hesaplayınız.

y=N



$$\sum \vec{F_x} = 0 \qquad Ax + 1 - 5 = 0 \qquad Ax = -4\ kN \leftarrow$$

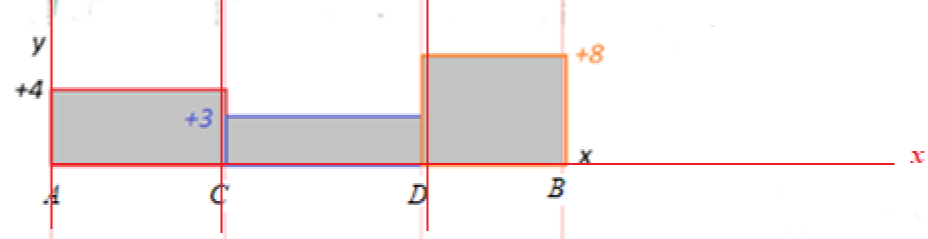


$$\sum \overset{\rightarrow +}{F_x} = 0 \qquad N_1 - 4 = 0 \qquad N_1 = 0 \qquad y_1 = 4$$

$$\sum \overset{\rightarrow +}{F_x} = 0 \qquad N_2 + 1 - 4 = 0 \qquad N_2 = 3ton \qquad y_2 = 3$$

$$\sum \overset{\rightarrow +}{F_x} = 0 \qquad N_3 + 1 - 4 - 5 = 0 \qquad N_3 = 8\ ton$$

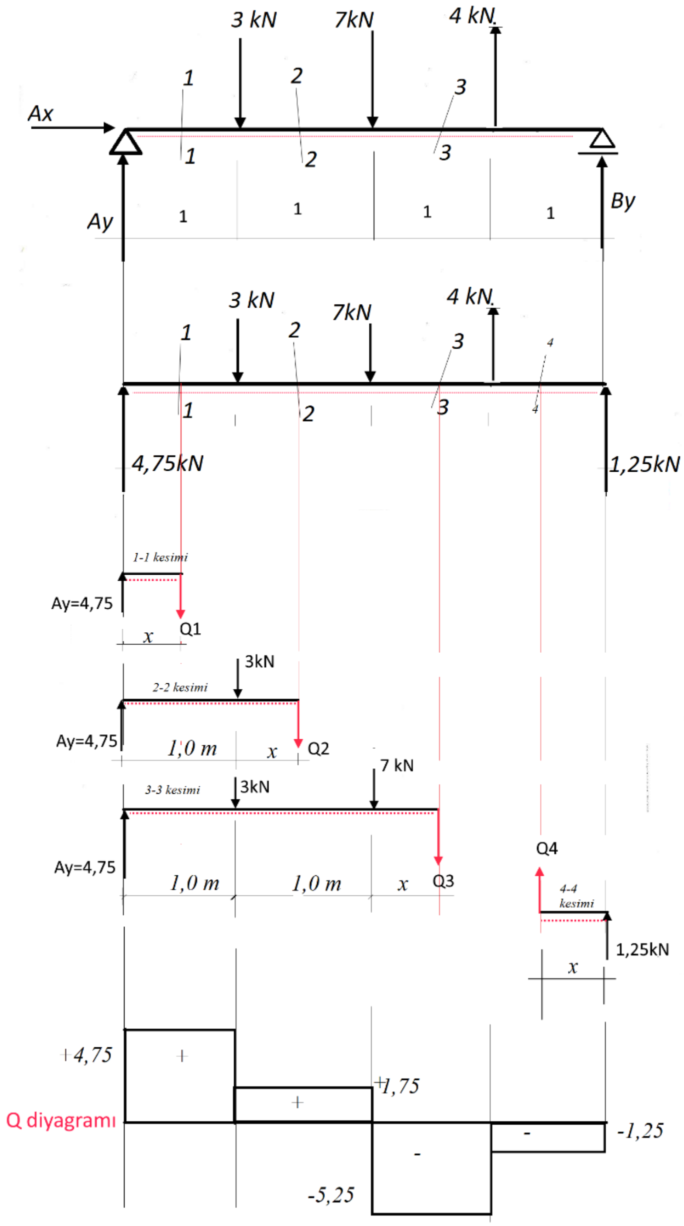
$$y_3 = 8$$



MİSAL :

Verilen kirişin 1-1, 2-2 ve 3-3 kesitlerinde oluşan Kesme kuvvetlerini (Q) hesaplayınız.

y=Q



ÇÖZÜM:

Önce Mesnet reaksiyonları hesaplanır.

$$+\uparrow \sum Fy = 0$$

Ay+By-3-7+4=0   Ay+By=6 kN

$$\curvearrowright + \sum MA = 0$$

$$3 \cdot 1 + 7 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 4 \cdot By$$

By=1,25 kN   Ay=4,75 kN

1-1 kesimi

$$+\uparrow \sum Fy = 0$$

$$-Q_1 + 4{,}75 = 0 \qquad Q_1 = +4{,}75\ kN$$

2-2 kesimi

$$+\uparrow \sum Fy = 0$$

$$-Q_2 + 4{,}75 - 3 = 0 \qquad Q_2 = +1{,}75\ kN$$

3-3 kesimi

$$+\uparrow \sum Fy = 0$$

$$-Q_3 + 4{,}75 - 3 - 7 = 0 \quad Q_3 = -5{,}25\ kN$$

4-4 kesimi

Bu sefer kirişin sol tarafını kesip attık. Sağ tarafta daha az işlem olduğu için bu kısmı göz önüne aldık. İşaret kuralına dikkat ediniz.

$$+\uparrow \sum Fy = 0$$

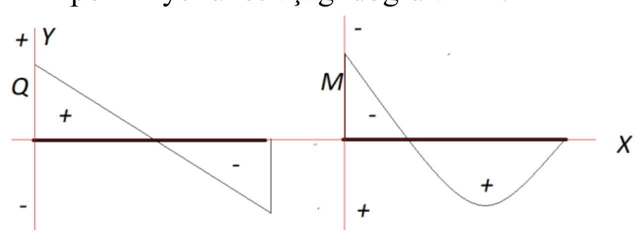
$$Q_4 + 1{,}25 = 0 \qquad Q_4 = -1{,}25\ kN$$

İZOSTATİK KİRİŞLERİN KESİT TESİR DİYAĞRAMLARININ ÇİZİLMESİ

Kirişe etkiyen yükler sonucunda kiriş kesitinde oluşan zorlanmaların yeri ve büyüklüğü çizilen grafikler yardımıyla görülebilir. Sabit yüklerden meydana gelen kesit tesirleri fonksiyonlarının grafiklerine kesit tesirleri diyagramları denilir.
Verilmiş bir basit kirişin kesit tesir diyagramları bu işlem için hazırlanmış bilgisayar yazılımlarını saymazsak, iki şekilde hesaplanıp çizilebilir.
1-Kesim yöntemi: Bu yöntemde kirişin mesnet reaksiyonları hesaplandıktan sonra kiriş üzerinde uygun yerlerden kesim yapılarak, ele alınan parça üzerimde üç denge denklemi uygulanır. Elde edilen denklemlerde “x” yerine uzunluklar yazılarak “y” MNQ kesit tesirleri hesaplanır. Elde edilen noktalar x;y eksen takımında işaretlenerek birleştirilir.
2-Dağcılık Yöntemi: Bu yöntem, kesim yöntemi öğrenildikten ve çeşitli ispatlar yapıldıktan sonra sıkça kullanılan profesyonel yöntemdir. Diğer yönteme kıyasla çok az zaman alır.
Kesit tesir diyagramları çizilirken şu kurallara uyulmalıdır. Bu kurallar kesim yöntemi işlenirken elde edilen deneyimlerden çıkarılmıştır.
-Bir kirişin herhangi bir noktasındaki kesme kuvveti diyagramının alanı bize aynı noktadaki eğilme momenti değerini verir. Yani; Q_{alan}= *Moment*
-*Kesme kuvveti denkleminin integrali bize eğilme momenti denklemini verir.*

$$M = \int Q(x) \cdot dx$$

-Çubuk üzerinde Kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerlerde eğilme momenti diyagramı yön değiştirir yada büyük değer alır.
-Yayılı yüklerin Q ve M diyagramları çizilirken yayılı yükün etkime şekli (üniform, üçgen vs) dikkate alınmalı, , çubuk uzunluğu boyunca düzenli bir şekilde alçalma veya yükselme yapılmalıdır.
-Kesme kuvvetinin pozitif olduğu çubuk açıklığında uzunluk arttıkça momentte artar. Q nun negatif olduğu açıklıklarda bunun tersi olur.
-Basit kirişlerdeki mesnet reaksiyonları o nokradaki kesme kuvvetini verir.
-Yük olmayan çubuk açıklığında kesme kuvveti diyagramı yatay ilerler.
-Tekil yüklü çubuklarda kesme kuvveti diyagramı dikdörtgen, moment diyagramı üçgen olur.
-Düzgün yayılı yüklerde kesme kuvveti diyagramı üçgen, moment diyagramı parabol şeklinde olur.
-Üçgen yayılı yüklerde kesme kuvveti diyagramı 2. Derce parabol, moment diyagramı hiperbol olur. Q_{alan}= *Moment*
-Kesit tesir diyagramları mutlaka kapanmalıdır. Açık kalmaz.
-Kesme kuvveti diyagramlarının alanlarının toplamı sıfır olmalıdır. Böylece moment diyagramı kapanmış olur. Sıfır olmaz ise ya reaksiyonlar yanlış hesaplanmıştır ya da farkın ters işaretlisi kadar sisteme etkiyen nokta moment vardır.
Genel olarak düzlem sistemlere ait kesit tesirleri diyagramları çizilirken kesme kuvvetlerinin pozitif yönleri yukarıya doğru, eğilme momentinin pozitif yönü ise aşağı doğru alınır.

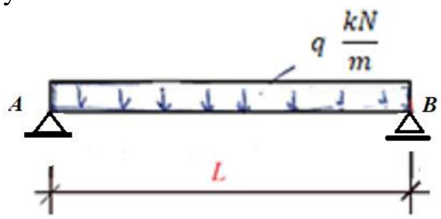


Kiriş açıklığına bağlı olarak bir kesit tesiri oluşuyor ise, kiriş açıklığını (x) ekseni, kesit tesir değerini de (N, Q, M) y-y ekseninde gösterip elde ettiğimiz noktaları birleştirdiğimizde kesit tesiri diyagramı çizilmiş olur.
Moment diyagramından faydalanarak kirişin nasıl bir şekilde eğileceği (deformasyona uğrayacağı) tahmin edilebilir. Moment diyagramının (+) alanlarının bulunduğu bölgelerde kiriş su tutar tarzda (kase gibi), eğilirken, eksi (-) alanların bulunduğu bölgelerde su tutmayacak tarzda (ters kase) eğilir.

Kesim Yöntemi ile Kesit tesir diyagramlarının çizilmesi.

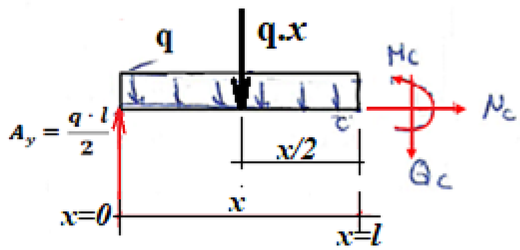
Verilen kirişin önce mesnet reaksiyonları hesaplanır. Doğru yönleri ile yerlerine yazılır. Sonra kesim için kiriş uygun yerlerinden yeteri kadar işaretlenir. Bu işaretli yerler rast gele olmayıp yük özelliğinin değiştiği yerler olmalıdır. Bu metodu iki ucu basit mesnetli düzgün yayılı yüklü bir kiriş üzerinde açıklayalım.

SORU: Şekilde verilen düzgün (üniform) yayılı yükle yüklenmiş basit kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız. Kesim yöntemi ile kesit tesiri denklemlerini elde ediniz ve kesit tesir diyagramlarını çiziniz.

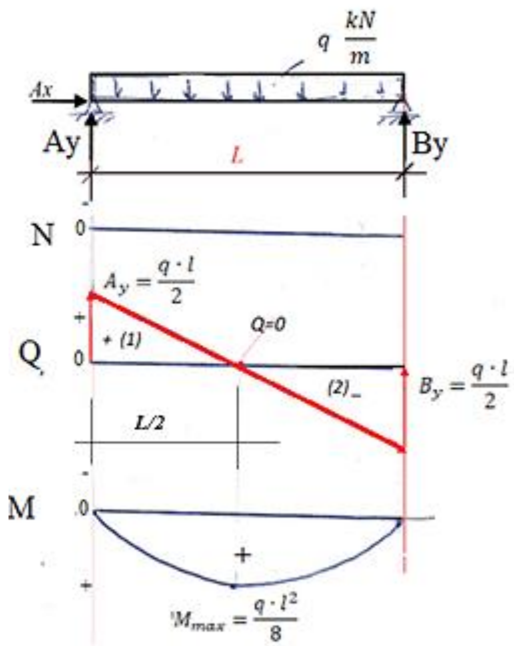


ÇÖZÜM: Önce mesnet reaksiyonları hesaplanır. Yatay kuvvet etkimediği için Ax=0 dır. Simetriden dolayı Ay ve By mesnet reaksiyonları eşit olur.

$A_y = B_y = \dfrac{q \cdot l}{2};$



Kesit tesir denklemleri, kiriş açıklığı boyunca herhangi bir yerden kesildiğinde ortaya çıkan iç kuvvetlerin dengesi araştırılarak hesaplanabilir. Kirişi açıklığı boyunca yük etkisi değişmediği aynı kaldığı için herhangi bir yerden keselim. Kesim yaptığımız noktadan sağ tarafı silelim. Geri kalan sol tarafta iç kuvvetler için denge denklemlerini kuralım.



$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \qquad Nc = 0$$

$$\uparrow + \sum F_y = 0 \qquad -Q + \frac{q \cdot l}{2} - q \cdot x = 0 \qquad \boxed{\boldsymbol{Q = -q \cdot x + \frac{q \cdot l}{2}}}$$

Bu ***y=m.x+n*** şeklinde bir doğru denklemidir. “x” in katsayısı “m” eğim olduğuna göre “-“ eğimli bir doğru çizilecektir.

Denklemdeki “x” yerine kiriş açıklığındaki ” 0, L/2 ve L” değerlerini yazarsak “y” değerini yani “x” e karşılık gelen kesme kuvvetini (Q) bulabiliriz. Elde edilen nokta grafikte işaretlenir. Noktalar birleştirilince grafik çizilmiş olur.

$x = 0 \ ise \ Q(y) = -\boldsymbol{q \cdot x} + \boldsymbol{\frac{q \cdot l}{2}} = -\boldsymbol{q \cdot 0} + \boldsymbol{\frac{q \cdot l}{2}} = \boldsymbol{Q(y)} = \boldsymbol{\frac{q \cdot l}{2}} \ olur. \quad A\left(0; \boldsymbol{\frac{q \cdot l}{2}}\right) noktası$

x=0 olduğu yer kirişin başlangıcı olup A noktasıdır. Burada Ay mesnet reaksiyonu kiriş boy eksenine dik etkiyordur ve kesme kuvveti etkisi yapmaktadır.

$x = \frac{L}{2} \ ise \ Q(y) = -\boldsymbol{q \cdot x} + \boldsymbol{\frac{q \cdot L}{2}} = -\boldsymbol{q} \cdot \frac{L}{2} + \boldsymbol{\frac{q \cdot L}{2}} = \boldsymbol{Q(y) = 0} \ olur. \quad C\left(\frac{L}{2}; \boldsymbol{0}\right) noktası$ Kirişin orta kısmında kesme kuvveti sıfırdır. Kiriş burada kesme kuvveti bakımından zorlanmıyor demektir.

$x = L \ ise \ Q(y) = -\boldsymbol{q \cdot x} + \boldsymbol{\frac{q \cdot L}{2}} = -\boldsymbol{q \cdot L} + \boldsymbol{\frac{q \cdot L}{2}} = \boldsymbol{Q(y)} = -\boldsymbol{\frac{q \cdot l}{2}} \ olur. \quad B\left(L; -\boldsymbol{\frac{q \cdot L}{2}}\right) noktası$

x=L olduğu yer kirişin son ucu olup B noktasıdır. Burada By mesnet reaksiyonu kiriş boy eksenine dik etkiyordur ve kesme kuvveti etkisi yapmaktadır A,C,B noktaları kiriş alt kısmına hazırlanan Q grafiğinde işaretlenip birleştirilirse kirişin kesme kuvveti diyagramı çizilmiş olur. Bu denklemin integrali alınırsa eğilme momenti “M” denklemi elde edilir. Eğilme momenti aynı zamanda kesme kuvveti alanına da eşittir. Yani kesme kuvveti diyagramlarının alanı bize o noktadaki momenti verir.

$$Kesme\ kuvveti\ diyagramının\ alanı \quad M_{max} = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

Şimdi 1-1 kesiminden faydalanarak eğilme momenti denklemini çıkaralım.

$$\circlearrowleft^{+} \sum M_A = 0 \quad -M - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + q \cdot \frac{L}{2} \cdot x = 0 \qquad \boxed{M = -q \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q \cdot L}{2} \cdot x}$$

$y=ax^2+bx+c$ türü parabol denklemi.

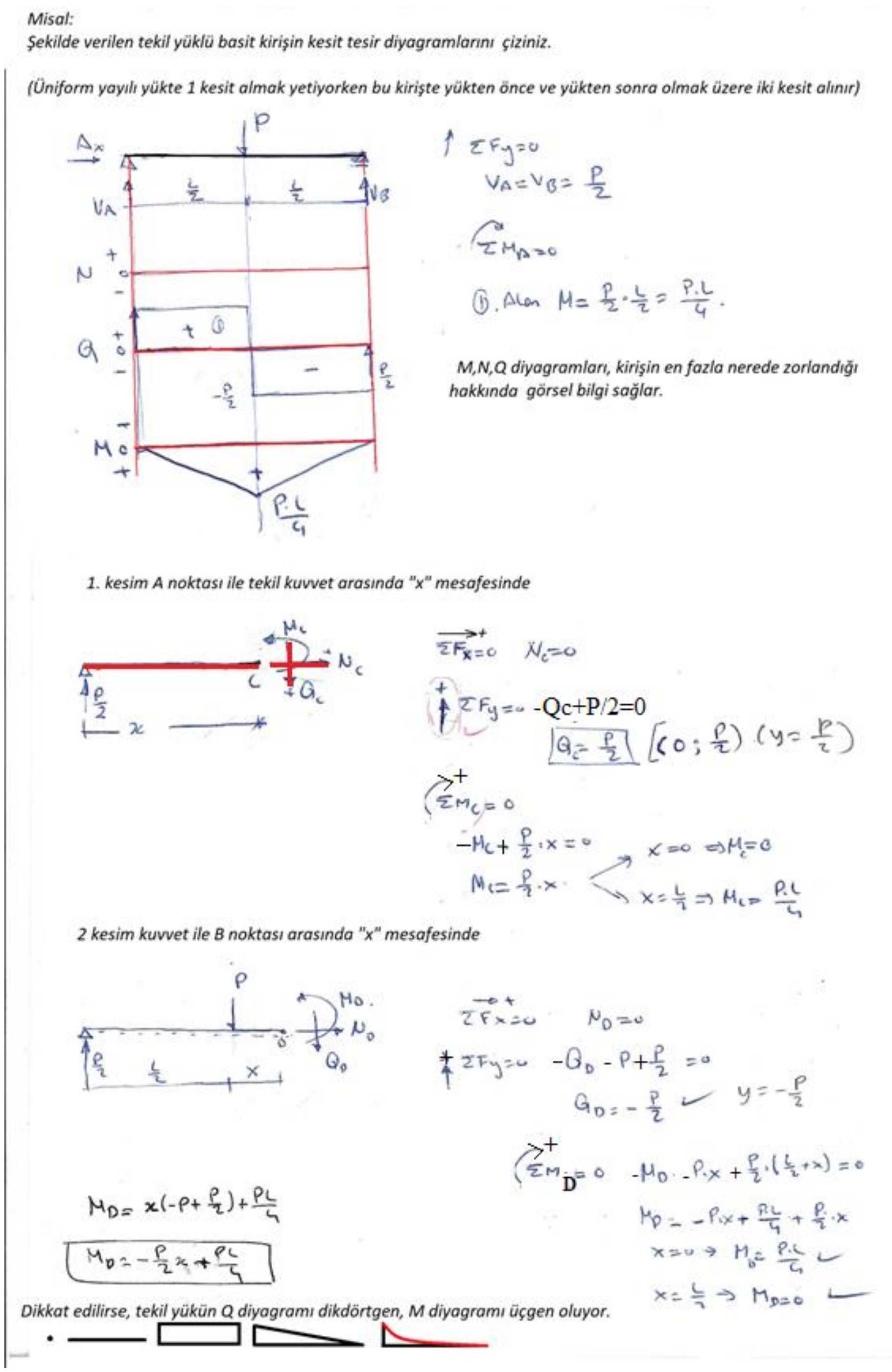
$x = 0 \;\; ise \;\; M(y) = 0$ Çünkü x in sıfır olduğu yer A mesnedidir. A mesnedi sabit mesnettir ve moment aktarmaz.

$x = \frac{L}{2} \;\; ise \;\; M(y) = -q \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q \cdot L}{2} \cdot x \rightarrow\rightarrow M = +\frac{q \cdot L^2}{8} \qquad C\left(\frac{L}{2}; \frac{q \cdot L^2}{8}\right)$

Kesme kuvveti kirişin ortasında sıfır çıkmıştı. Kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerde eğilme momenti en büyük değerine ulaşır. Eğilme momenti diyagramı yön değiştirir.

$x = L \;\; ise \;\; M(y) = -q \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{q \cdot L}{2} \cdot x \rightarrow\rightarrow M = 0 \qquad B(L; 0)$ Çünkü x=L=0 olduğu yer B mesnedidir. B mesnedi basit mesnettir ve moment aktarmaz.

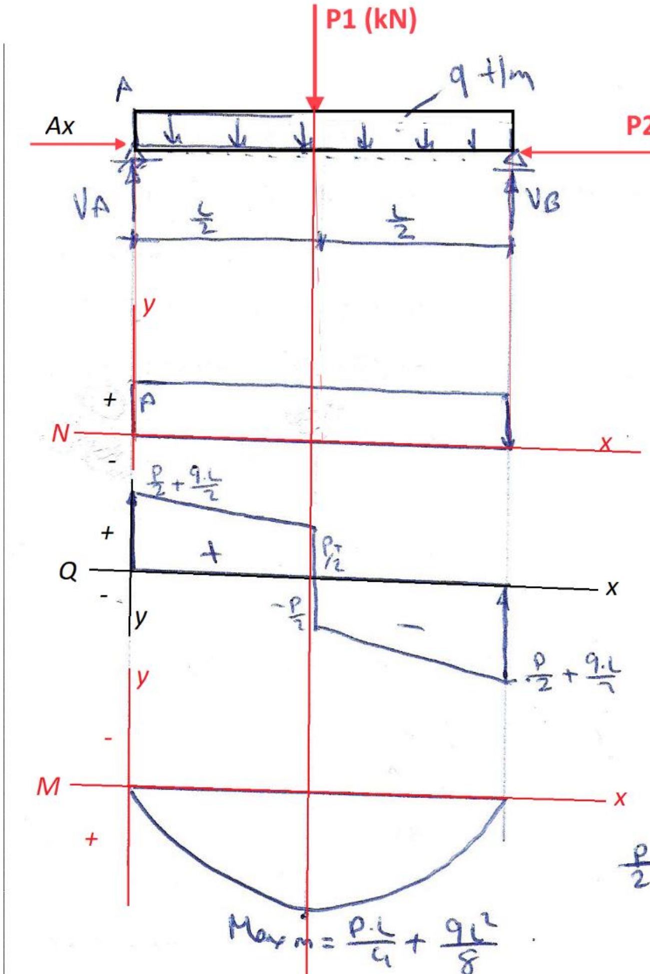
A, B ce C noktaları M diyagramında yatay eksen x ekseni düşey eksende y ekseni (M) olacak şekilde işaretlenir ve parabol çizilir.



Misal:

Verilen basit kirişin kesit tesir fonksiyonlarını eldeedip, grafiklerini çiziniz. B mesnetine yatay P2 etki etmektedir.

(Üniform yayılı yük ve tekil yük kombinasyonu)



$\vec{\Sigma F_x} = 0$

$A_x - P = 0$ $\boxed{A_x = P}$ Basınç.

$\Sigma M_A = 0$

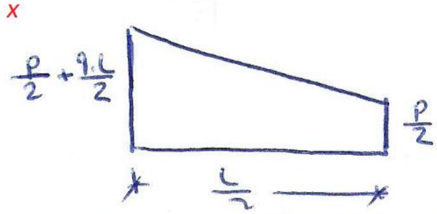
$P \cdot \frac{L}{2} + q \cdot L \cdot \frac{L}{2} = V_B \cdot L$

$\boxed{V_B = \frac{P}{2} + \frac{q \cdot L}{2}}$ $\boxed{V_A = \frac{P}{2} + \frac{q \cdot L}{2}}$

maxM=Kesme kuvveti diyagramı alanlarının birisine eşittir. (simetri var)

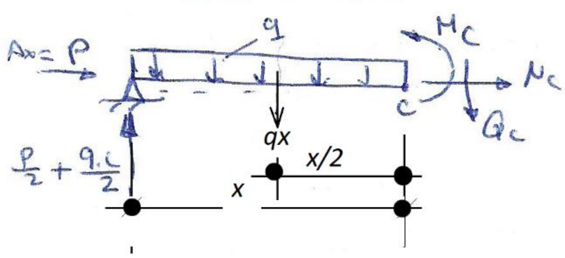
$M = \left(\frac{P}{2} + \frac{q \cdot L}{2} + \frac{P}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2}$

$M_{max} = \frac{P \cdot L}{4} + \frac{qL^2}{8}$



Kesit tesir fonksiyonlarını hesaplayabilmek için A mesneti ile P1 arası ve P1 ile B mesneti arası olmak üzere iki kesim yapılmalıdır.

1- *A mesneti ile P1 arası*



$\vec{\Sigma F_x} = 0$ $N_c + A_x = 0$

$\boxed{N_c = -A_x}$

$\Sigma F_y = 0$ $M_c + q \cdot x \cdot \frac{x}{2} - \left(\frac{P}{2} + \frac{q \cdot L}{2}\right) \cdot x = 0$

$M_c + \frac{q x^2}{2} - \left(\frac{P}{2} x + \frac{qL}{2} \cdot x\right) = 0$

$M_c + \frac{q x^2}{2} - \frac{P}{2} x + \frac{qL}{2} x$

$M_c = -\frac{q x^2}{2} + \frac{P}{2} x + \frac{qL}{2} \cdot x$

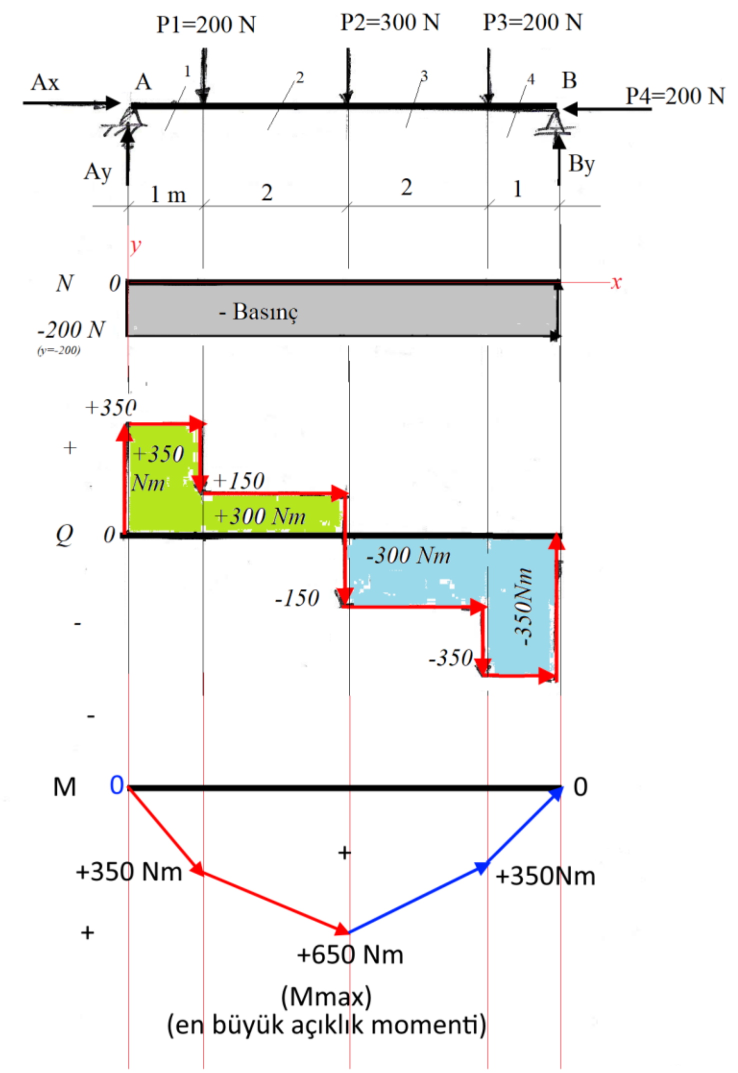
$x = 0$ $M = 0$

x=L/2 için $\boxed{M = \frac{PL}{4} + \frac{qL^2}{8}}$ olur

max Q = Q $_{tekil}$ *+ Q* $_{yayılı}$

maxM=M $_{tekil}$ *+ M* $_{yayılı}$

Dağcılık (alan) Yöntemi ile Kesit tesir diyagramlarının çizilmesi.
Misal:
Verilen basit kirişin kesit tesirlerini hesaplayıp diyagramlarını çiziniz. En büyük kesme kuvveti ve açıklık momenti kirişin neresinde oluşmaktadır?
ÇÖZÜM: Şekilden de anlaşılacağı üzere, kuvvetlerin tesir çizgileri çizildiğinde dört farklı etki bölgesi oluşmaktadır. Bu kirişin NQM diyagramlarını çizebilmek için kiriş açıklığının dört yerinden kesim yapmak ve denklemleri çıkarmak gerekir. Bu işlem uzun ve zaman alıcıdır. Normal kuvvet (çekme+, Basınç -) diyagramının nasıl çizilebildiği önceki örnekte anlatılmıştır. Mesnet reaksiyonlarının hesabından sonra, reaksiyon ve etkiyen kuvvetlerin yönlerine bakarak A dan B ye doğru ilerlerken, kuvvetlerin şiddetleri kadar düşey olan tesir çizgisi boyunca aşağı, yukarı zıplanırsa en son B de şekli kapatarak Q diyagramı çizilebilir. Bunu örnek üzerinde anlatalım.



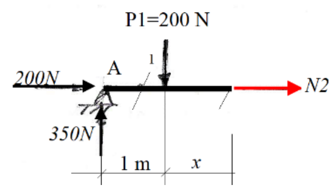
Mesnet Reaksiyonlarının hesabı
Simetrik yükleme ve geometriden dolayı

$$A_y = B_y = \frac{(P_1+P_2+P_3)}{3} = \frac{200+300+200}{2} = 350\text{N}\uparrow$$

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} Fx = 0$$

$$Ax - 200 = 0 \ldots\ldots\ldots Ax = 200\ N$$

Ax, burada + çıktı çünkü P4 kuvvetine tepki olarak var. İki kuvvet arasındaki AB kirişi kuvvetlerin basınç etkisi altındadır. Normal kuvvet diyagramında Basınç *x-x ekseninin altındaki kısımda gösterilir. y=-200 denklemi Normal kuvvetin basınç olduğu yani eksi bölgede çizilmesi gerektiği her hangi bir yerden kesit alınarak ispatlanabilir.*



$$\overset{\rightarrow +}{\sum} Fx = 0\,; \quad N_2 + A_x = 0$$

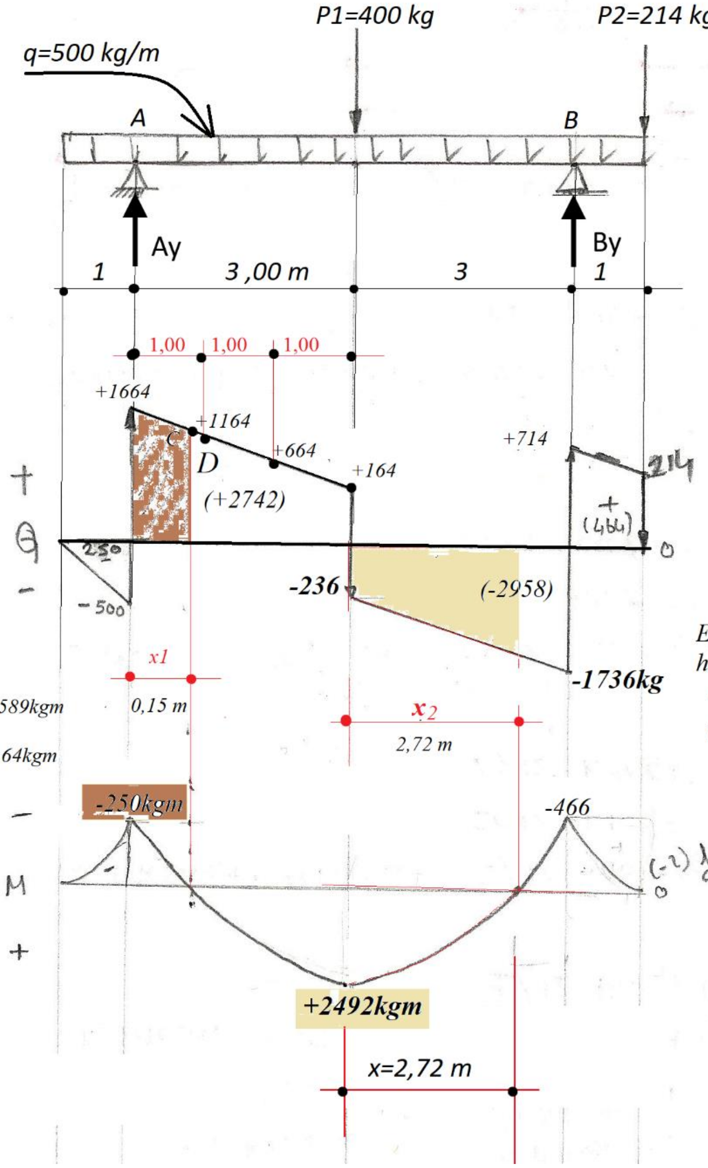
$$N_2 + 200 = 0 \quad N_2 = -200$$

İşlem sonucunun (-) eksi çıkması N_2 eksenel kuvvetinin yönü değiştirilecek anlamına gelir. Bu durumda AB çubuğu basınca zorlanıyor demektir.

<u>Kesme Kuvveti Diyagramının çizimi</u>

Ay=By=350N hesaplanmıştı. Kesme kuvveti diyagramı dağcılık (alan) yöntemi ile çizilirken önce *x* ekseni yatayda çizilir. A noktasından yukarı doğru *Ay* kadar yani +350 N yukarı çıkılır. İki kuvvet arasında B ye doğru yatay ilerlenir. P1 kuvvetinin tesir çizgisine gelinir. Aşağı doğru P1 kadar yani +200N inilir. +150 N dayız. B ye doğru ilerlemeye devam ederiz ve P2 nin tesir çizgisine geliriz. Aşağı doğru P2=+300 N ineriz. Yatay çizginin altına yani (-) bölgeye geçeriz. -150 N dayız. B ye doğru ilerlemeye devam ederiz ve P3 ün tesir çizgisine geliriz. Aşağı doğru P3=+200 N ineriz. -150 N deydik aşağı doğru P3 =200N daha inersek -350 N da oluruz. B ye doğru yatay ilerleriz ve *By* nin tesir çizgisine geliriz. Biz -350N deyiz. *By*=+350N olduğuna göre yukarı çıkar ve diyagramı kapatırız. Q diyagramı hiç kesim yapılmadan çizilmiş oldu. Artık kesme kuvveti açısından kirişin en fazla nerede zorlandığını bulabiliriz.
Q diyagramının alanları hesaplanır ve +- şeklinde içlerine yazılır. Q diyagramının alanlarının toplamı sıfır olmalıdır. Fark varsa ya MR yanlış hesaplanmıştır yada kirişe bu farkın ters işaretlisi kadar tekil bir M nokta momenti etkimektedir.
Kesme kuvveti diyagramının alanı bize o noktadaki eğilme momentinin değerini verir. Eğilme momenti diyagramı çizilirken, hesaplanan kesme kuvveti alanları yığışımlı olarak toplanır. Q diyagramı dörtgen olduğu zaman M diyagramı üçgen olurdu. A ve B mesnetlerinde M=0 dir. Çünkü buralar basit mesnettir.

Misal: Verilen iki uçtan çıkmalı kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz. 15.3 2022
(Çıkmalı kirişlerde mesnet üzerinde negatif mesnet momenti adı verilen momentler oluşur. Bu momentler genelde negatiftir.



Q_C=1664-(0,15x500)=1589kgm

Q_D =1664-500x1)=1164kgm

$\Sigma F_x=0$ $A_x=0$

$\Sigma F_y=0$

$A_y+B_y=4614$ kg

$\Sigma M_A=0$

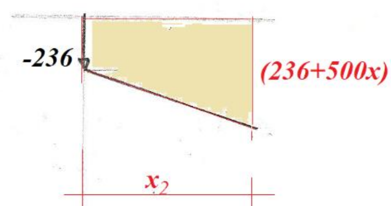
$400 \cdot 3 + 500 \cdot 8 \cdot 3 + 214 \cdot 7 = 6B_y$

$B_y=2450$kg

$A_y=2164$ kg

Eğilme momentinin sıfır olduğu "x" mesafelerinin hesabı.

"Kesme kuvveti dauagramını alanı bize o noktadaki momenti veriyorsa,



(yamuk alanı)

$$2492=\frac{236+236+500x}{2}\cdot x$$

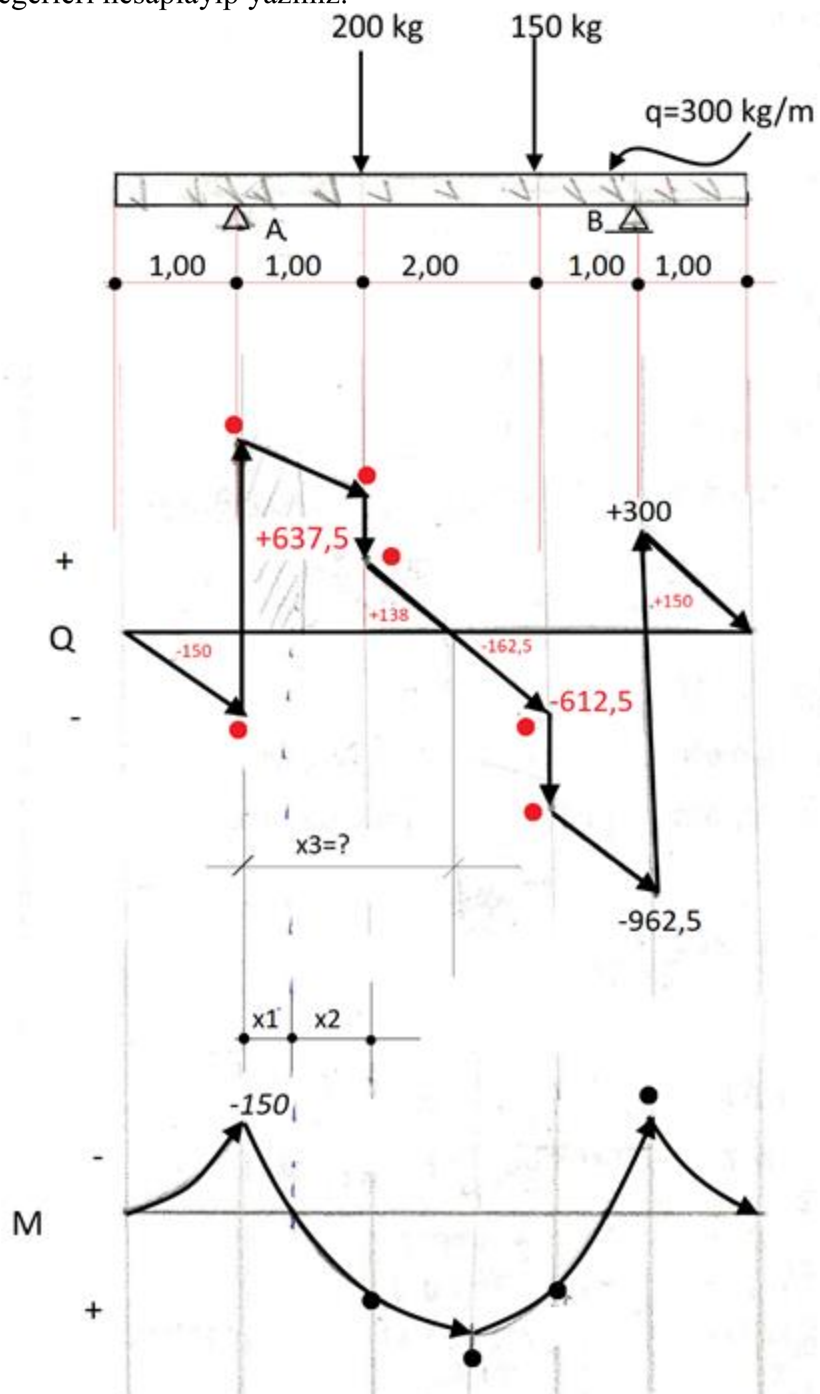
$$0 = 500 \cdot x^2 + 472 \cdot x - 4984$$

x=2,72 m

Kesme kuvveti diyagramı çizilirken tahminen şu konuşmayı yapıyor olmanız gerekir. ☺

Kirişin en sol ucundan başlarım. Yayılı yük olduğu için, Metrede 500 inerim.-500kg dayım, Ay=+2164 kg kadar yukarı çık (ok öyle gösteriyor), -500+2164=+1664 kg dayım. Buradan B ye doğru gitmek isterken yayılı yük olduğu için yayılı yükün şiddeti kadar ileri doğru aşağı inerim, Metrede 500 inersem 3 metrede 1500 inerim. 1664-1500=+164kg dayım. Burada bir tesir çizgisi var. P= 400 kg Aşağı in. (+164-400=-236 kg dayım. B ye doğru ilerlerken Metrede 500 inersem 3 metrede 1500 inerim. -236-1500=-1736 kg dayım. Burada bir tesir çizgisi var. By=2450 kg yukarı çık. -1736+2450=+714 deyim. Kirişin sonuna doğru Metrede 500 inersem 214 deyim. Burada bir tesir çizgisi var Aşağı P=214 kg inersem yatay çizgiye ulaşır ve grafiği kapatırım.

MİSAL: Aşağıdaki kirişin Kesit tesir diyagramları çizilmiş olup, boş bırakılan yerlere yazılması gereken değerleri hesaplayıp yazınız.



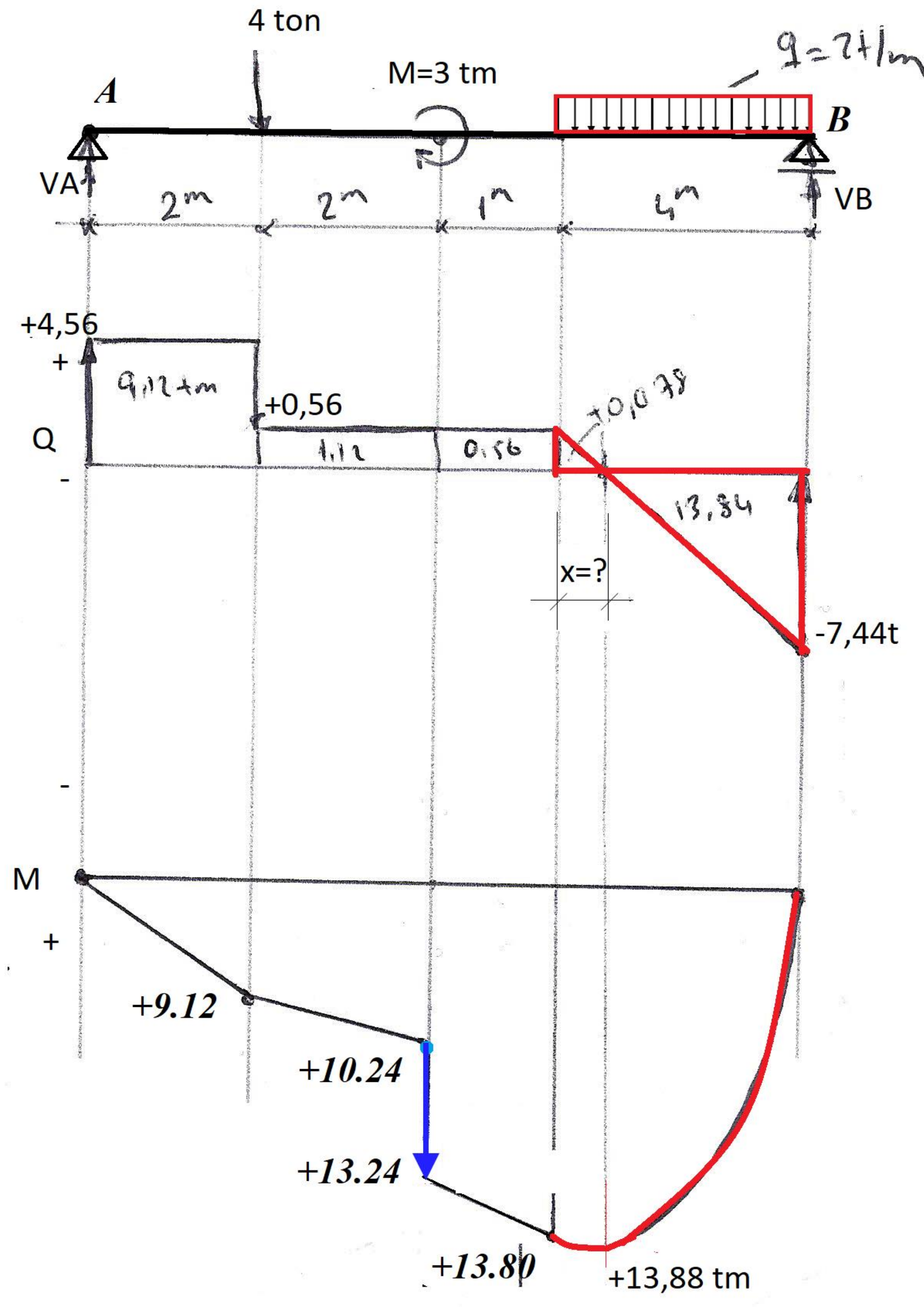
MR Hesabı

Ay+By=200+150+(6x300)=2150 kg

Ay=1087,5 kg

By=1062,5 kg

Misal:



$\sum Fy = 0$

VA+VB-4-(2x4)=0

VA+VB=12 ton

$\sum M_A = 0$

$4 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 4 \cdot 7 = 9VB$

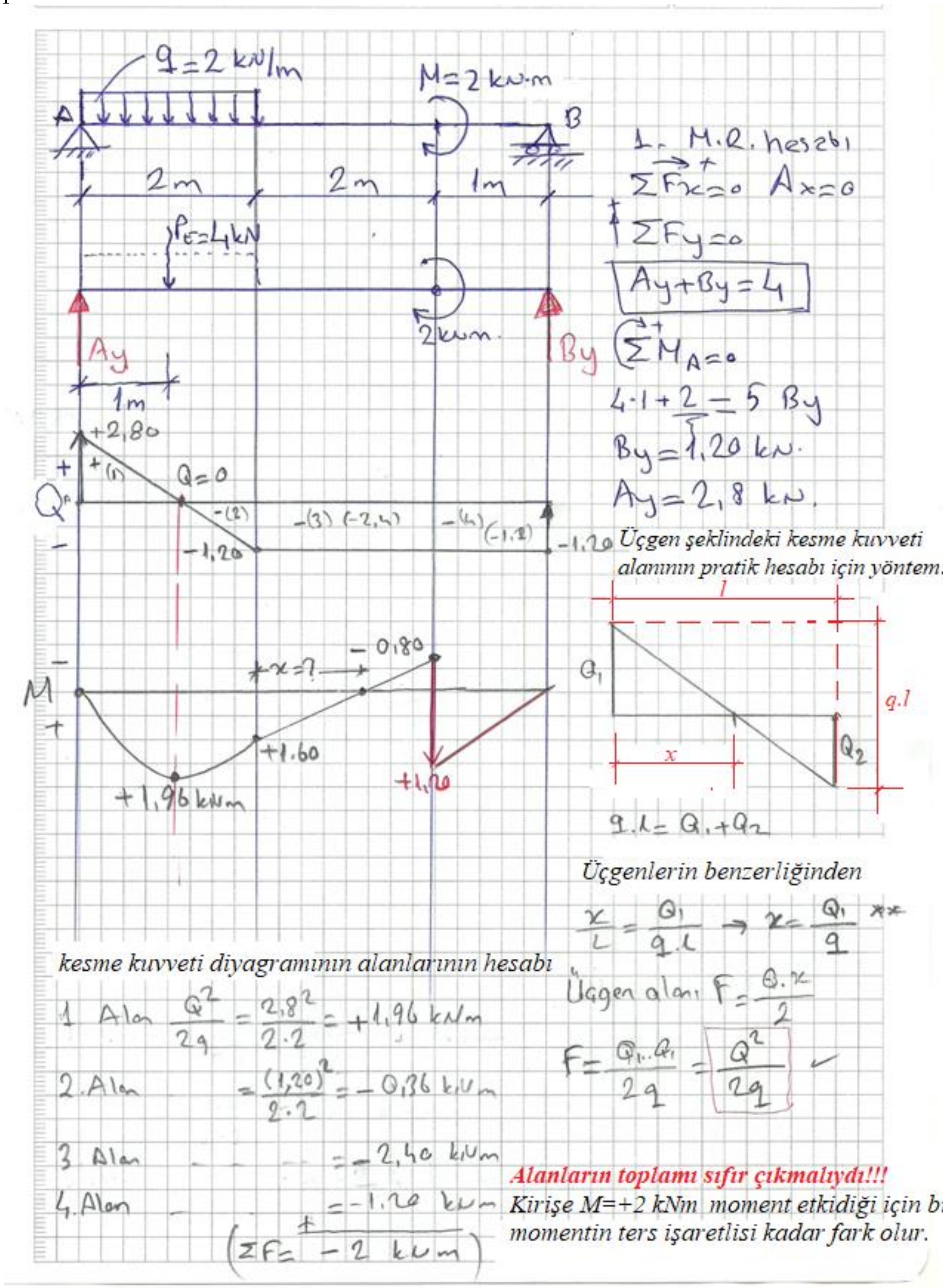
VB=7,44 ton
VA=12-7,44=4,56 ton

x=? Nasıl bulursunuz.

Kirişin moment diyagramı çizilirken nokta momente gelindiğinde momentin değeri kadar (+) ise aşağı, (-) ise yukarı zıplanır.

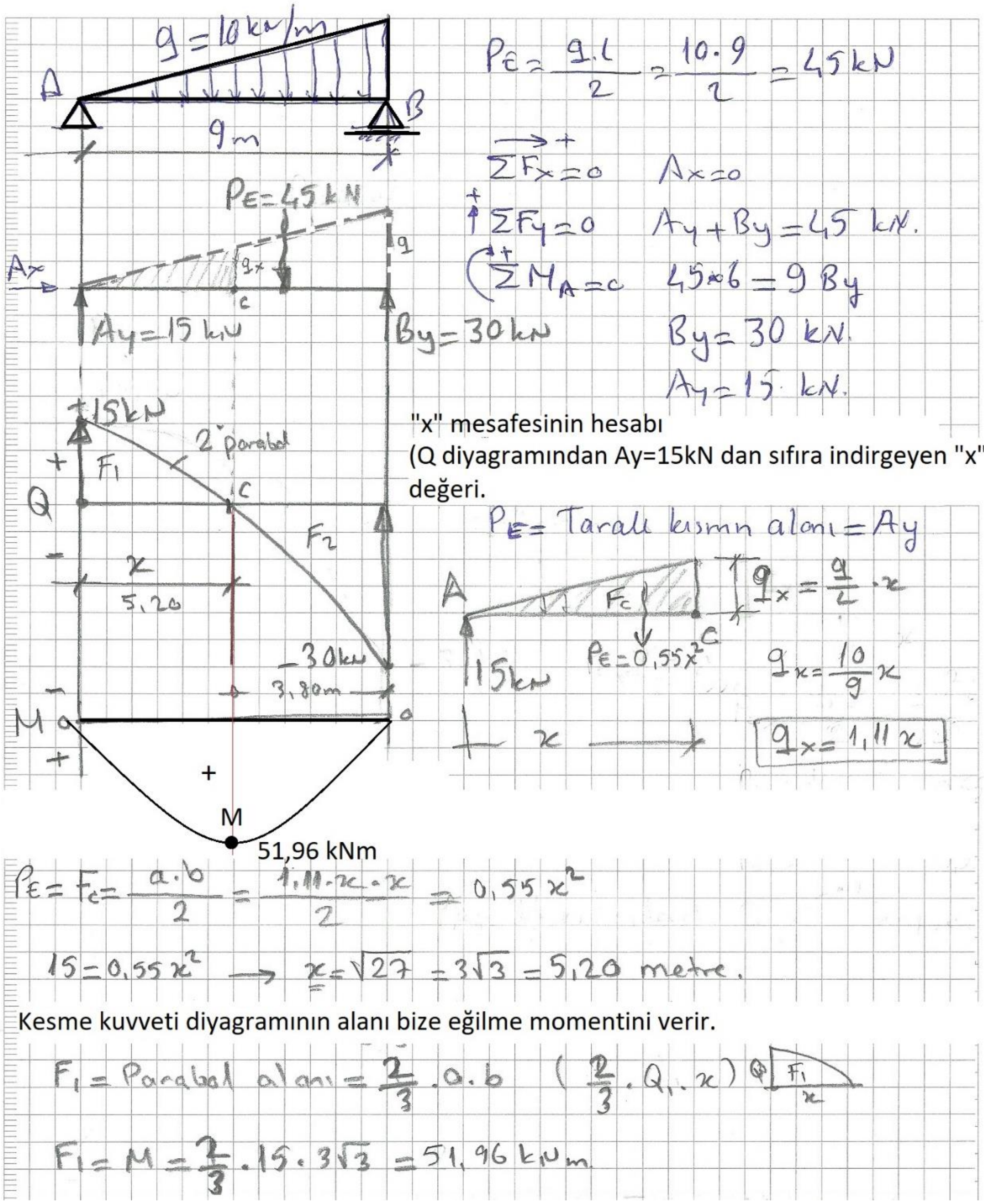
Misal: Verilen basit kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz. Kiriş üzerine yayılı yükle birlikte M=2 kNm lik bir nokta moment etki etmektedir.

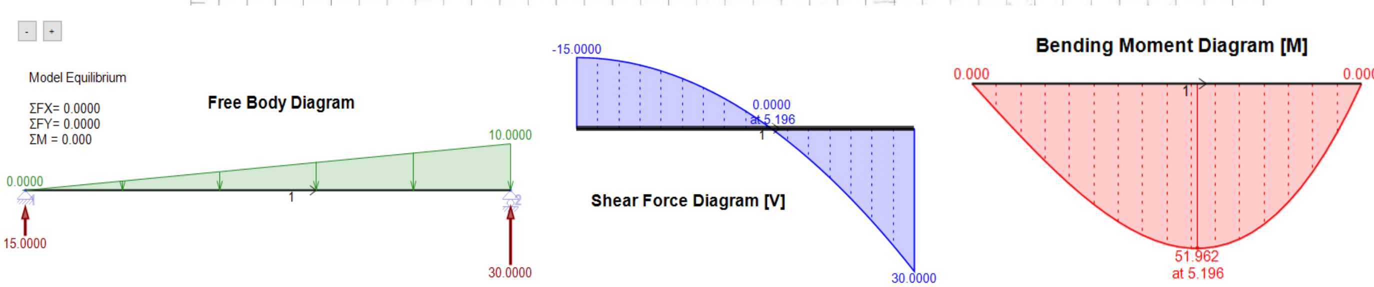
Kirişin moment diyagramı çizilirken nokta momente gelindiğinde momentin değeri kadar (+) ise aşağı, (-) ise yukarı zıplanır.



NOT: Momentin açıklıkta sıfır olduğu “x” mesafesini hesaplayabilir misiniz?

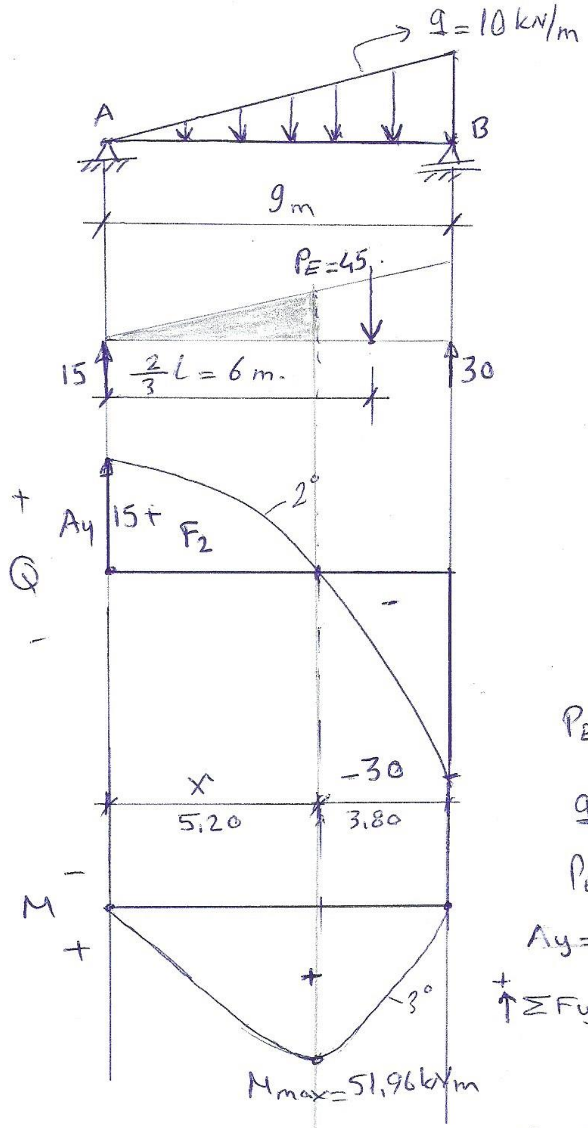
Misal:
Verilen üçgen yayılı yüklü basit kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.

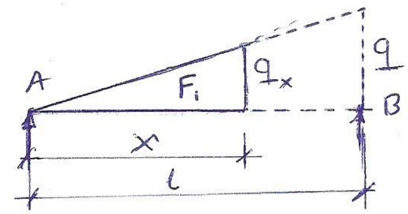




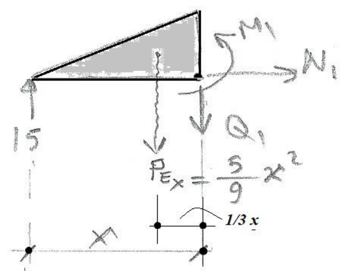
$$x = \frac{L}{\sqrt{3}}\ metre, \qquad M = \frac{q \cdot l^2}{15{,}6}\ kNm$$

Misal: Bir önceki misalde verilen üçgen yayılı yüklü kirişin kesit tesir diyagramları kesim yöntemi uygulanarak çözülmüştür.





$q_x = \frac{q}{L} \cdot x$, $P_E = \frac{q \cdot L}{2}$



$$P_{Ex} = \frac{q_x \cdot x}{2} = \frac{q}{L} \cdot x \cdot x \cdot \frac{1}{2} = \frac{q x^2}{2L}$$

q = 10 kN/m l = 9 m olduğundan

$$P_{Ex} = \frac{10 \cdot x^2}{2 \cdot 9} = \frac{5}{9} \cdot x^2$$

Ay = 15 kN ve By = 30 kN bulunmuştu.

$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0 \qquad -Q_1 + 15 - P_{Ex} = 0$

$\boxed{Q_1 = -\frac{5}{9} x^2 + 15}$ 2. derece parabol.

$x = 0 \rightarrow Q_1 = 15$ kN (Ay)

$x = 9m \rightarrow Q = -30$ kN. (By)

$Q_1 = 0 \rightarrow x = ?$

$0 = -\frac{5}{9} x^2 + 15 \rightarrow x = \sqrt{27} \rightarrow 3\sqrt{3} = 5{,}20$ m

$\Sigma M_A = 0 \qquad -M_1 - P_{Ex} \cdot \frac{1}{3} x + 15 \cdot x = 0$

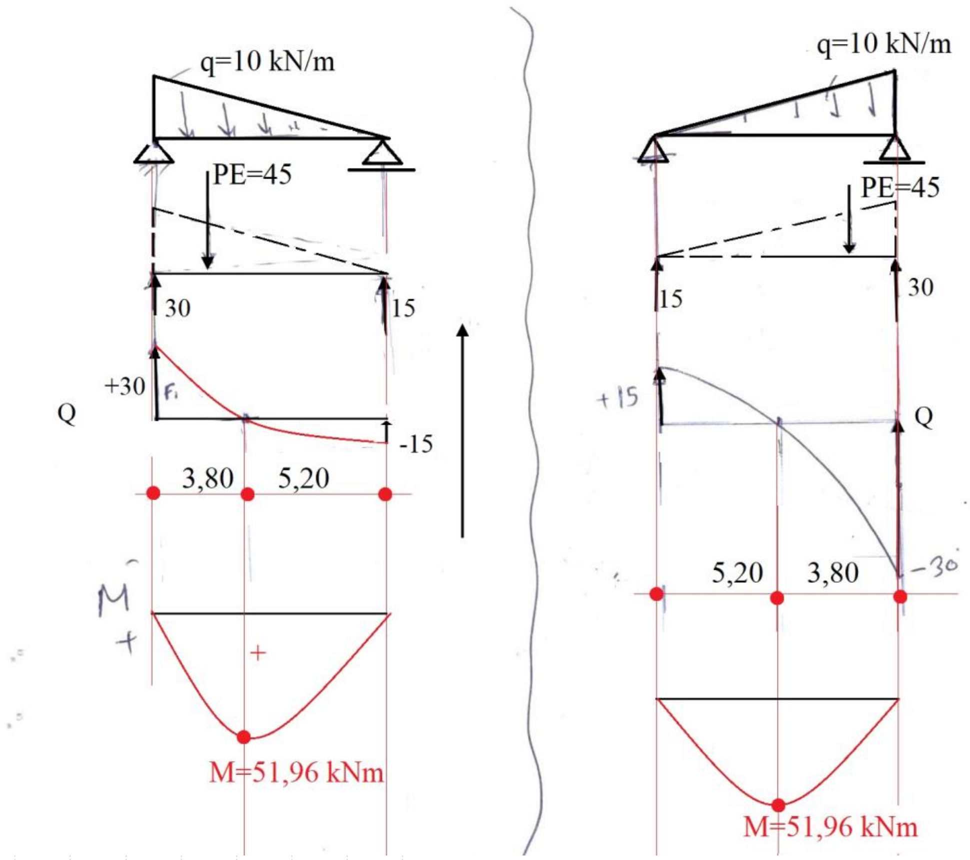
$-M_1 - \frac{5}{9} \cdot x^2 \cdot \frac{1}{3} x + 15x = 0$

$\boxed{M_1 = -\frac{5}{27} x^3 + 15x}$ 3. derece parabol.

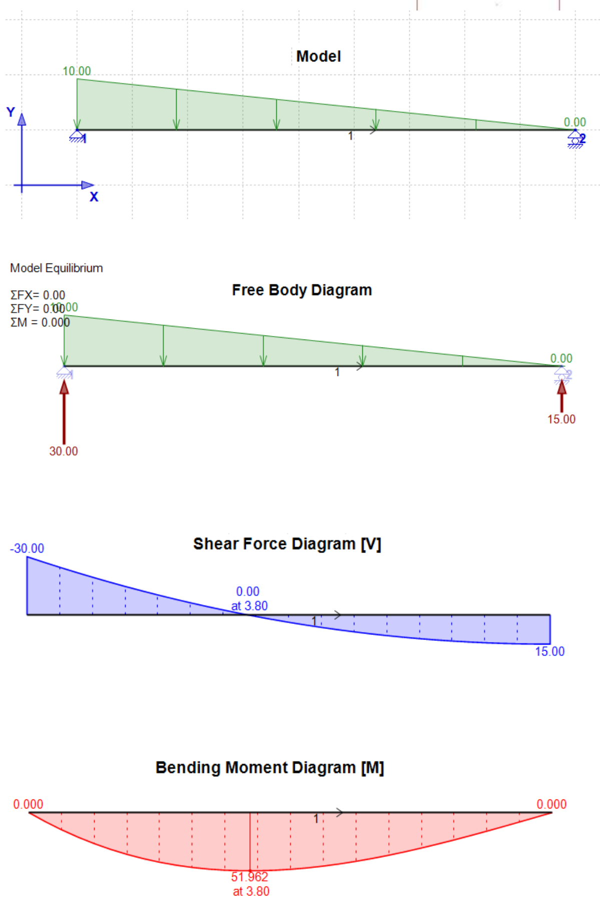
$x = 0 \rightarrow M_1 = 0$

$x = 5{,}20 \rightarrow M_1 = M_{max} = 51{,}96$ kNm.

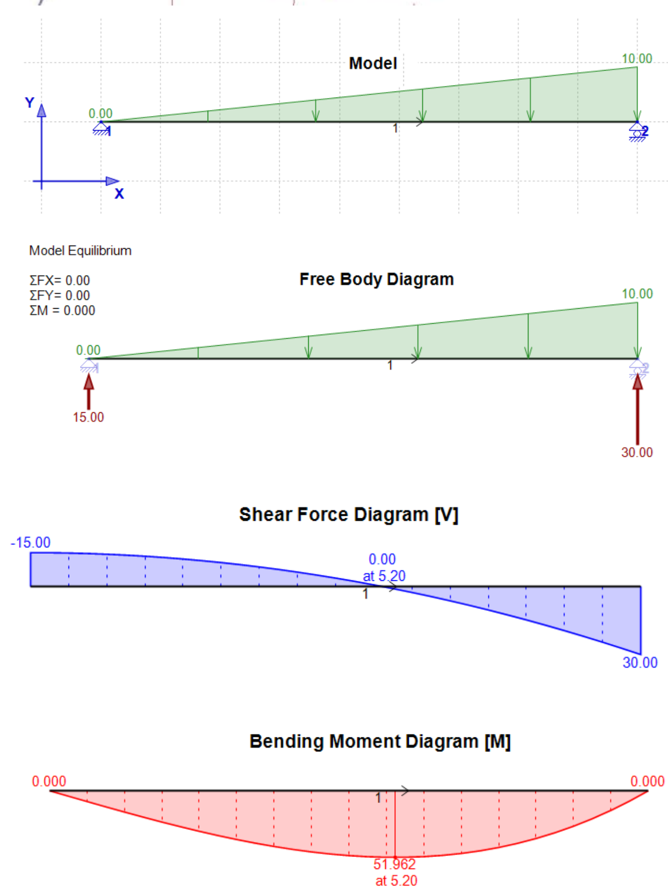
03 03 2022



q=10 kN/m
PE=45
30
15
+30
Q
-15
3,80
5,20
M
+
M=51,96 kNm
q=10 kN/m
PE=45
15
30
+15
Q
-30
5,20
3,80
M=51,96 kNm

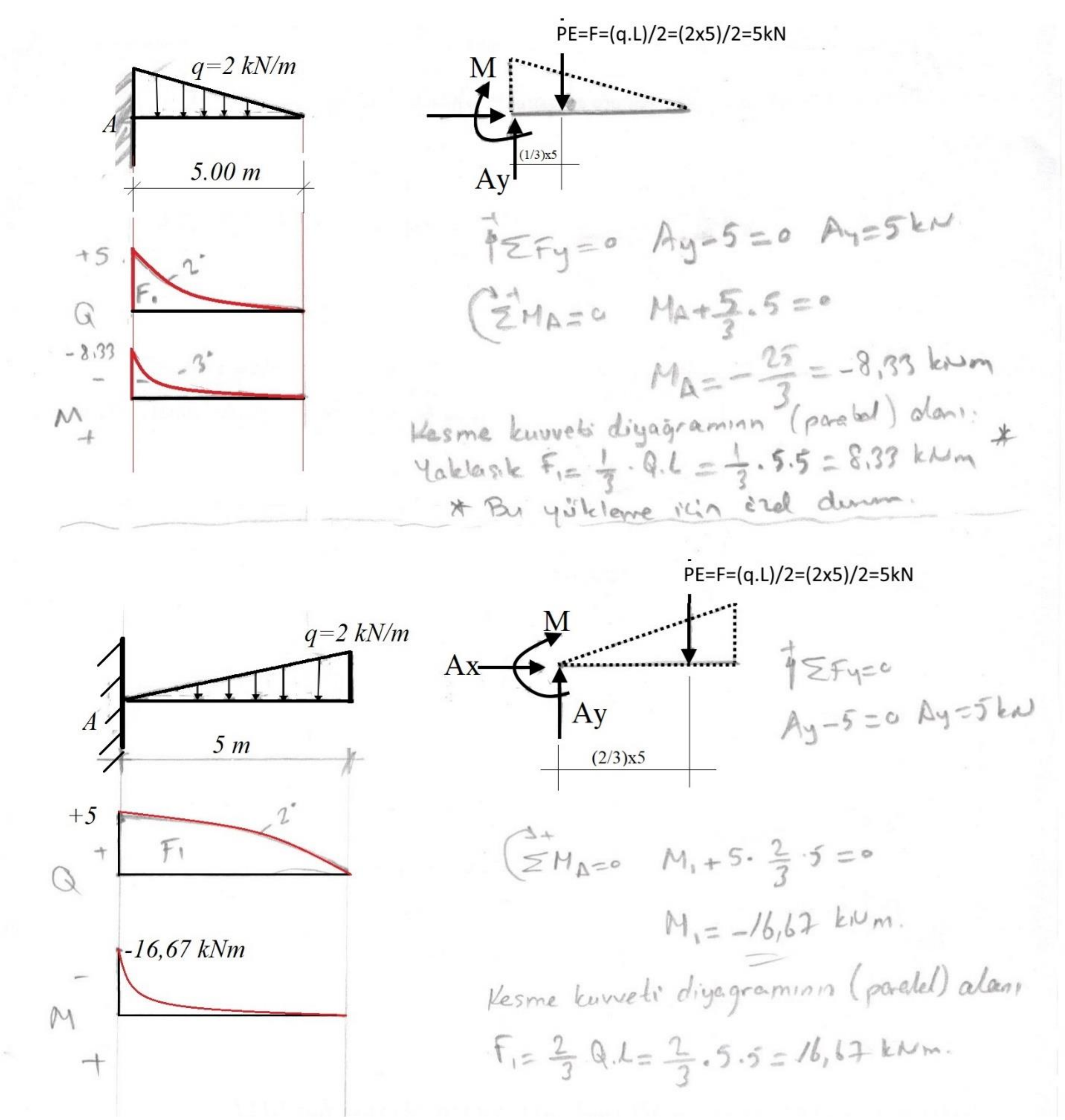


Model
10.00
0.00
Model Equilibrium
ΣFX= 0.00
ΣFY= 0.00
ΣM = 0.000
Free Body Diagram
30.00
15.00
Shear Force Diagram [V]
-30.00
0.00
at 3.80
15.00
Bending Moment Diagram [M]
0.000
51.962
at 3.80



Model
10.00
0.00
Model Equilibrium
ΣFX= 0.00
ΣFY= 0.00
ΣM = 0.000
Free Body Diagram
15.00
30.00
Shear Force Diagram [V]
-15.00
0.00
at 5.20
30.00
Bending Moment Diagram [M]
0.000
51.962
at 5.20

Misal: Şekilde üçgen yayılı yüklü konsol (çıkmalı) kirişin iki farklı yükleme hali verilmiştir. Kesit tesir diyagramlarının çizimi isteniyor.



İZOSTATİK ÇERÇEVELERİN KESİT TESİR DİYAĞRAMLARININ ÇİZİLMESİ

Çerçeveler, bir doğru üzerinde bulunmayan birden fazla doğru eksenli çubuğa sahip sistemlerdir. Genellikle çerçeveyi oluşturan yatay, düşey ve eğik elemanlara çubuk denilir. Çubukların birleştiği yerlere düğüm noktası denilir. Çerçevelerin kesit tesir diyagramları basit kirişlerin kesit diyagramları çizilirken uygulanan kurallarla çizilir.

Çerçevelerin kesit tesirleri hesaplanırken,

1-Çerçeve çizilir ve mesnet reaksiyonları hesaplanır.

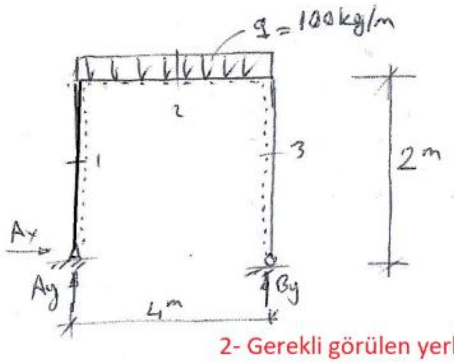
2-Kritik noktalardan kesimler yapılarak kesit tesirleri fonksiyonları (denklemleri) çıkarılır.

3-Bu denklemlerden faydalanarak kesit tesirleri çizilmek istenen kısmın sınır değerleri denkleme konularak kesit tesiri hesaplanır ve çizilir.

4-Her kesit tesiri için çerçevenin modeli çizilir ve bu model üzerinde işaretlemeler yapılır. İşaret kuralı daha önce tek açıklıklı basit kirişlerde anlatıldığı gibidir (Şekil 6).

Misal: Aşağıdaki şekilde izostatik basit çerçeve görülmektedir. Bu çerçevenin verilen yük ve ölçülere göre kesit tesir diyagramlarını çiziniz.

Çerçevenin N,Q,M diyagramları çizilirken kesim ve dağcılık (alan) yöntemi birlikte kullanılacaktır.)



1-Önce mesnet reaksiyonları hesaplanır.

$\Sigma F_x = 0$, $A_x = 0$

$\Sigma F_y = 0$

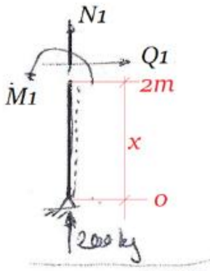
$A_y + B_y = 100 \cdot 4$

$A_y + B_y = 400$ kg

$\boxed{A_y = B_y = 200 \text{ kg}}$

2- Gerekli görülen yerlerden kesit alınır. Denklemler çıkarılır.

1-1 kesimi



$\Sigma F_x = 0$

$Q_1 = 0$

$\Sigma F_y = 0$

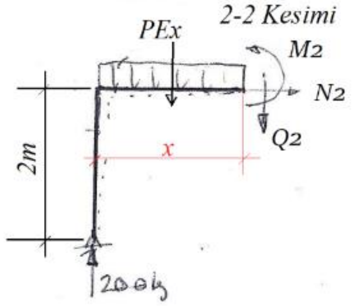
$N_1 + 200 = 0$

$N_1 = -200$ kg ↓

(basınç)

$\Sigma M_1 = M_1 = 0$

2-2 Kesimi



$\Sigma F_x = 0$

$N_2 = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$Q_2 - 200 + 100x = 0$

$\boxed{Q_2 = 200 - 100x}$

$x = 0 \Rightarrow Q_2 = 200$ kg.

$x = 4 \Rightarrow Q_2 = -200$ kg.

0=200-100x

x=2 m bulunur.

$\Sigma M_2 = M_2 + 100\frac{x^2}{2} - 200x = 0$

$M_2 = -\frac{100x^2}{2} + 200x$

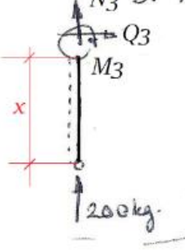
$\boxed{M_2 = -50x^2 + 200x}$

$x = 0 \Rightarrow M_2 = 0$ | $x = 2$ m $\Rightarrow$ $M_2 =$

$x = 4 \Rightarrow M_2 = 0$

En büyül açıklık momenti açıklık ortasında x=L/2 de oluşur.

3. KESIM



$\Sigma F_x = 0$

$Q_3 = O$

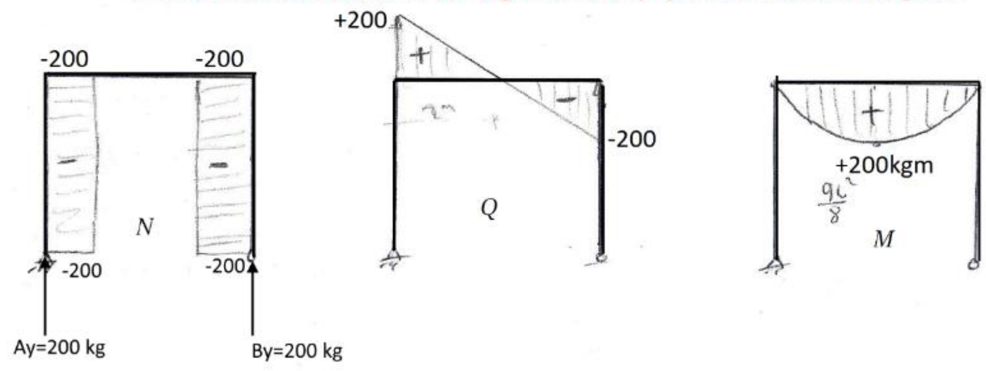
$\Sigma F_y = 0$

$N_3 + 200 = 0$

$\boxed{N_3 = -200 \text{ kg}}$

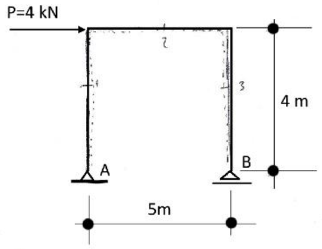
$\Sigma M_2 = 0$

3- Elde edilen denklemlerde x'e değer verilerk "y" yani NQM bulunur ve çizilir.

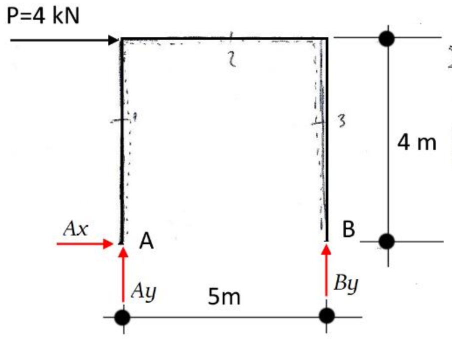


Misal:

Verilen basit çerçevenin kesit tesir diyagramlarının çizimi isteniyor.



S.C.D



$\vec{\Sigma F_x} = 0$

$4 + A_x = 0$

$\boxed{A_x = -4t}$

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$\boxed{A_y + B_y = 0}$

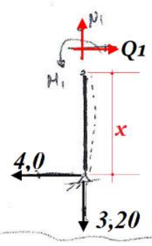
$\Sigma M_A = 0$

$B_y \cdot 5 - 4 \cdot 4 = 0$

$\boxed{B_y = \frac{16}{5} = 3{,}2 \text{ ton}}$

$\boxed{A_y = -3{,}2 \text{ ton}}$

1. KESİM



$\Sigma F_x = 0$

$Q_1 - 4 = 0$

$Q_1 = 4$ kN

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$N_1 - 3{,}2 = 0$

$\boxed{N_1 = 3{,}2\,t}$

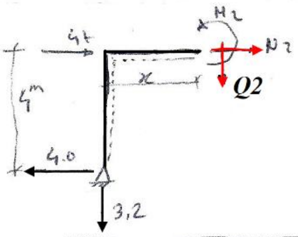
$\Sigma M_1 = M_1 - 4{,}0 \cdot x = 0$

$\boxed{M_1 = 4{,}0x}$

$x = 0 \quad M_1 = 0$

$x = 4 \Rightarrow M_1 = 16\,tm$

2. KESİM



$\Sigma F_x = 0$

$N_2 - 4 + 4 = 0$

$N_2 = 0$

$\downarrow \Sigma F_y = 0$

$Q_2 + 3{,}2 = 0$

$\boxed{Q_2 = -3{,}2\,t}$

$\Sigma M_2 = M_2 + 3{,}2 \cdot x - 4 \cdot 4 = 0$

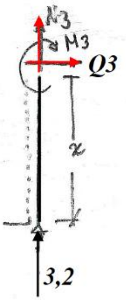
$\boxed{M_2 = -3{,}2x + 16}$

$x = 0 \Rightarrow M_2 = 16\,tm$

$x = 5 \Rightarrow M_2 = 0$

3. KESİM

*** bakış yönü**



$\Sigma F_x = 0$

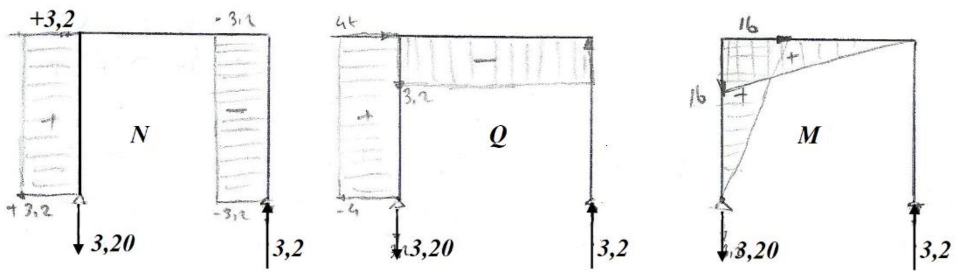
$Q_3 = 0$

$\uparrow \Sigma F_y = 0$

$N_3 + 3{,}2 = 0$

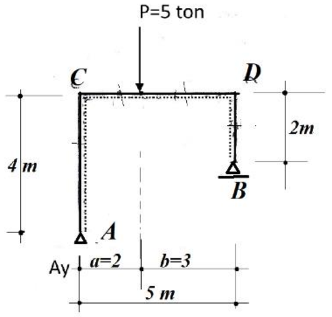
$N_3 = -3{,}2\,t$

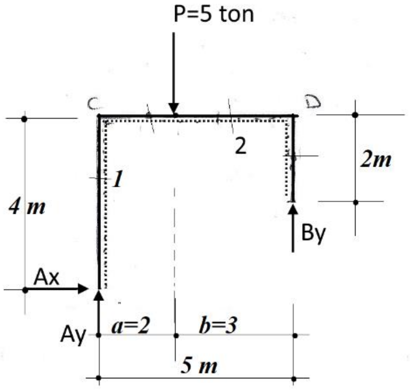
$\Sigma M_3 = M_3 = 0$



Misal:

Verilen izostatik basit çerçevenin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.





$\sum F_x = 0$

$\boxed{A_x = 0}$

$\sum F_y = 0$

$\boxed{A_y + B_y = 5t}$

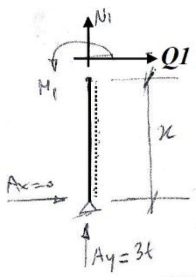
$\sum M_A = 0$

$-5 \cdot 2 + 5 B_y = 0$

$\boxed{\begin{array}{l} B_y = 2 \text{ ton} \\ A_y = 3 \text{ ton} \end{array}}$

3. ve 4. kesim istenirse yapılabilir.

1. KESİM



$\sum F_x = 0$

$Q1 + A_x = 0$

$\boxed{Q1 = -A_x = 0}$

$\sum F_y = 0$

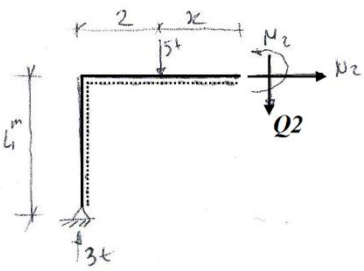
$N_1 + 3 = 0$

$\boxed{N_1 = -3}$

$\sum M_1 = M_1 = 0$

$\boxed{M_1 = 0}$

II. KESİM



$\sum F_x = 0$

$\boxed{N_2 = 0}$

$\sum F_y = 0$

$-3 + Q2 + 5 = 0$

$\boxed{Q2 = -2\ t}$

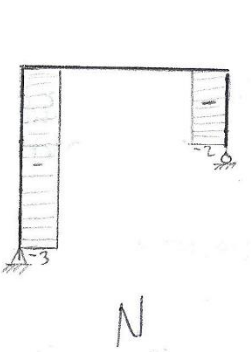
$\sum M_2 = M_2 + 5 \cdot x - 3 \cdot (2 + x) = 0$

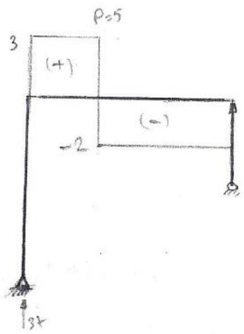
$M_2 + 5x - 6 - 3x = 0$

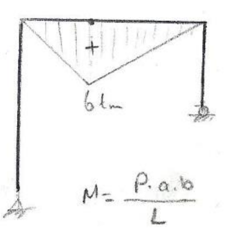
$M_2 = -5x + 6 + 3x$

$\boxed{M_2 = -2x + 6}$

$\boxed{\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow M_2 = +6 \\ x = 3 \Rightarrow M_2 = 0 \end{array}}$





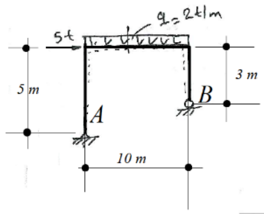


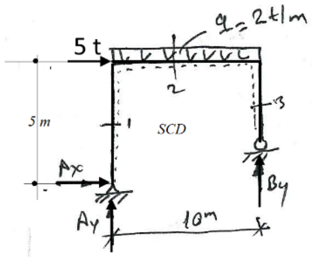
$M = \dfrac{P \cdot a \cdot b}{L}$

$M = \dfrac{5 \cdot 2 \cdot 3}{5} = 6{,}0\ tm$

Misal:

Verilen izostatik çerçevenin kesit tesir diyagramlarının çizimi.





$\overrightarrow{\Sigma F_x}=0$

$A_x+5=0$

$\boxed{A_x=-5\,t}$

$\Sigma F_y=0$

$A_y+B_y=2\cdot 10$

$\boxed{A_y+B_y=20\,t}$

$\Sigma M_A=0$

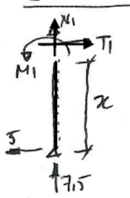
$+5\cdot 5+2\cdot 10\cdot 5=10\,B_y$

$\boxed{B_y=12{,}5\text{ ton}}$

$\boxed{A_y=7{,}5\text{ ton}}$

Q=T=Kesme kuvveti bazı kaynaklarda T ile gösterilir.

1. KESİM



$\Sigma F_x=0$

$T_1-5=0$

$\boxed{T_1=5\,t}$

$\Sigma F_y=0$

$N_1+7{,}5=0$

$\boxed{N_1=-7{,}5\,t}$

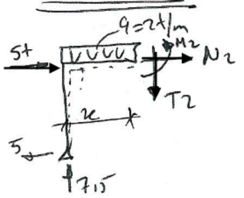
$\Sigma M_1=M_1-5\cdot x=0$

$\boxed{M_1=5x}$

$x=0 \quad M_1=0$

$x=5 \quad M_1=25\text{ tm}$

2. KESİM



$\Sigma F_x=0$

$N_2+5-5=0$

$\boxed{N_2=0}$

$\Sigma F_y=0$

$T_2-7{,}5+2\cdot x=0$

$\boxed{T_2=7{,}5-2x}$

$x=0 \Rightarrow T_2=7{,}5\,t$

$x=10 \Rightarrow T_2=-12{,}5\,t$

$\Sigma M_2=-7{,}5x-5\cdot 5+\frac{2x^2}{2}+M_2$

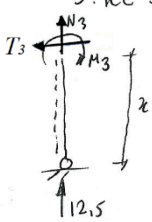
$\boxed{M_2=7{,}5x+25-\frac{2x^2}{2}}$

$M_2=7{,}5x+25-x^2$

$x=0 \Rightarrow M_2=+25$

$x=10 \Rightarrow M_2=0$

3. KESİM



$\Sigma F_x=0$

$T_3=0$

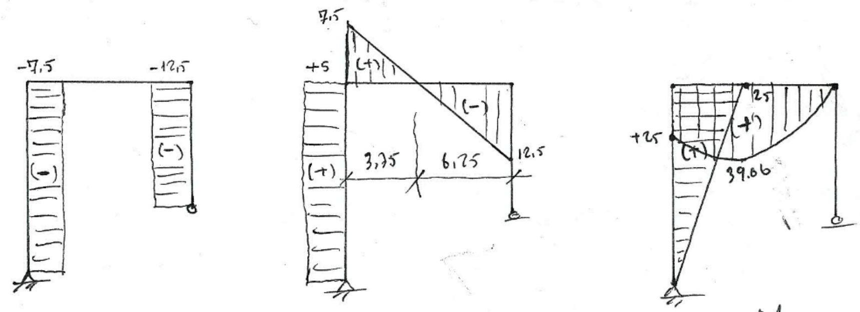
$\Sigma F_y=0$

$N_3+12{,}5=0$

$\boxed{N_3=-12{,}5\,t}$

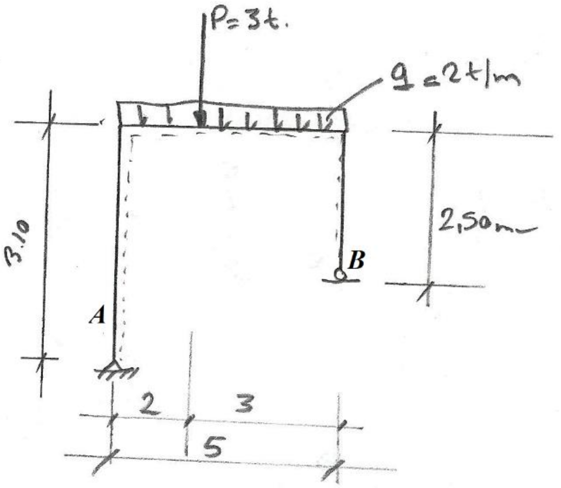
$\Sigma M_3=M_3=0$

max Açıklık momenti $0=-x^2+7{,}5x+25$ denkleminin köklerinin bulunmasıyla olabileceği gibi, grafik usulde bulunabilir.



N T M.

Misal: *Verilen çerçevenin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.*



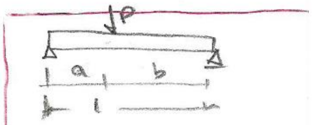
$\Sigma F_y = 0$

$\boxed{A_y + B_y = 13t}$

$\Sigma M_A =$

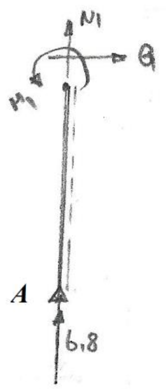
$B_y = 6,2t$

$A_y = 6,8t$



$M_{max} = \frac{qL^2}{8} + \frac{P.a.b}{L}$

$M = 9,85\ tm.$



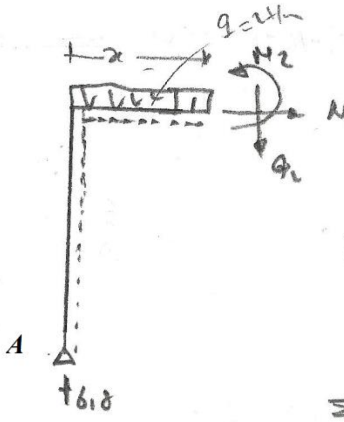
$\Sigma F_y = 0$

$6,8 + N_1 = 0$

$\boxed{N_1 = -6,8t}$

$Q_1 = 0$

$M_1 = 0$



$\Sigma F_x = 0 \quad N_2 = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$Q_2 - 6,8 + 2.x = 0$

$\boxed{Q_2 = 6,8 - 2x}$

$x=0 \Rightarrow Q = 6,8\ t.$

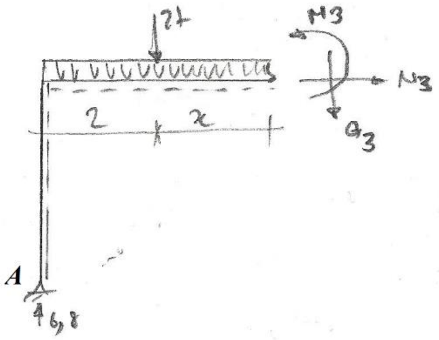
$x=2 \Rightarrow Q = 2,8\ t.$

$\Sigma M_2 = M_2 + \frac{2.x^2}{2} - 6,8.x = 0$

$\boxed{M_2 = -x^2 + 6,8x}$

$x=0 \Rightarrow M_2 = 0$

$x=2 \Rightarrow M_2 = 9,6\ ton.$



$\Sigma F_x = 0 \quad N_3 = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$Q_3 + 2 + 2(2+x) - 6,8 = 0$

$\boxed{Q_3 = -2x - 0,2}$

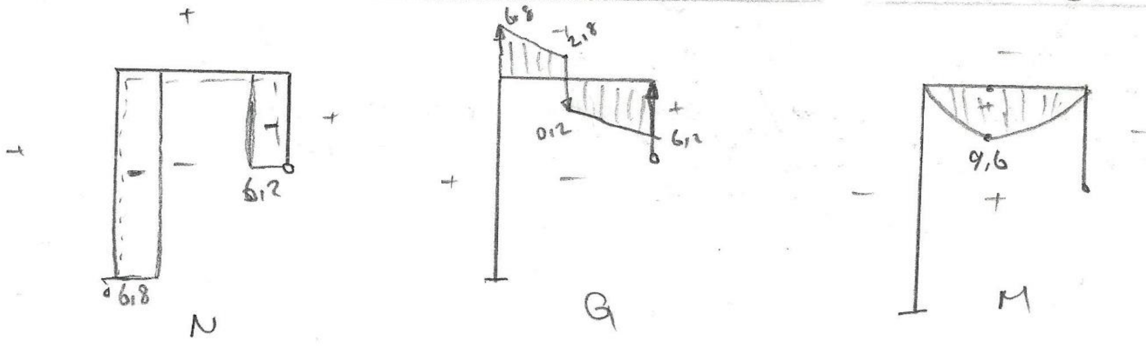
$x=0 \Rightarrow Q = -0,2$

$x=3 \Rightarrow Q_3 = -6,2.$

$\Sigma M_3 = M_3 + 2.x + 2(2+x).\frac{(2+x)}{2} - 6,8.x$

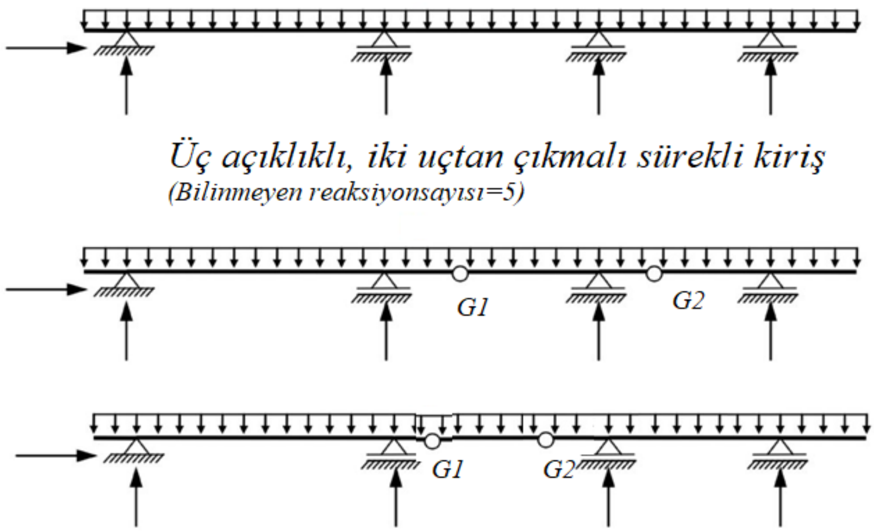
$M_3 = 9,6 - x^2 - 0,2x \qquad x=0 \Rightarrow M = 9,6\ tm$

$x=3 \Rightarrow M = 0$

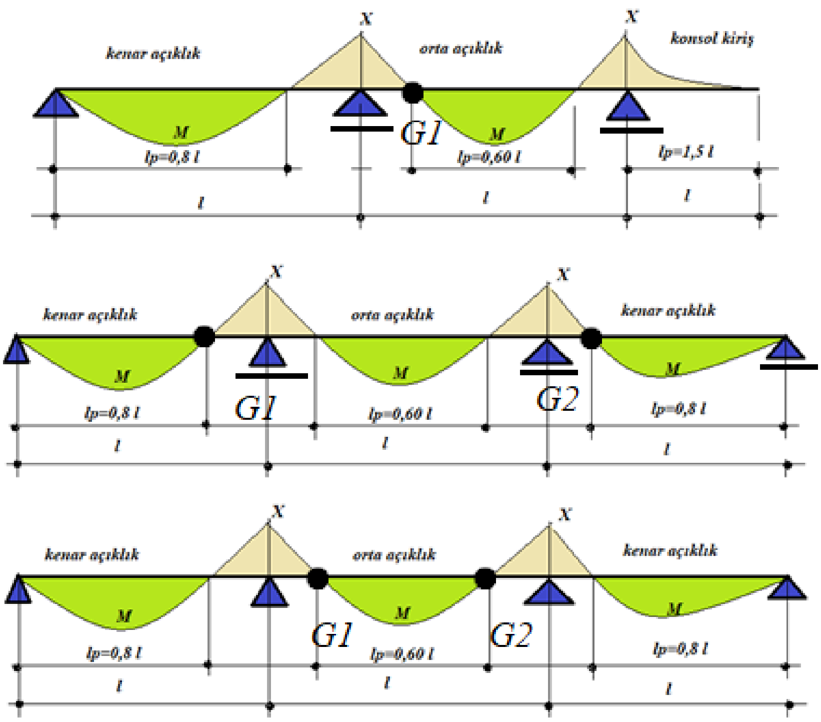


2-GERBER KİRİŞLER

Birden fazla açıklığa sahip sürekli kirişlere fazla ara mesnet sayısı kadar mafsal eklenmesiyle elde edilen İzostatik sistemlere Gerber kirişler denilir. Mafsalların yerleştirilmesi rast gele olmayıp, teorik moment sıfır noktalarına yakın bölgelere konulur.



Şekil 9



Şekil 10: Sürekli kirişlerde teorik moment sıfır noktaları

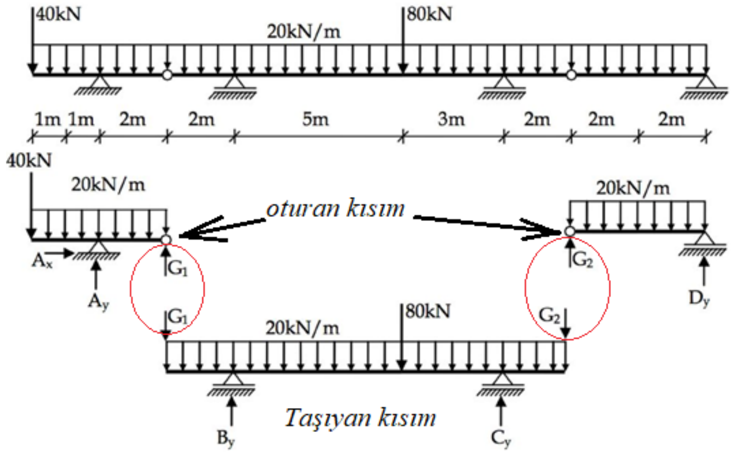
Birden fazla açıklığa sahip, bir ucu sabit veya ankastre, diğer ara mesnetleri hareketli olan doğru eksenli çubuklardan oluşan düzlem sistemlere “Sürekli Kiriş” denir.

Sürekli kirişin mesnet reaksiyonları sayısı denge denklemi sayısı olan 3 den fazla olduğu durumlarda hiperstatiklik söz konusu olur. Bu tür kirişlere bilinmeyen fazla reaksiyon sayısı kadar (fazla ara mesnet sayısı da olur) mafsal eklenir.

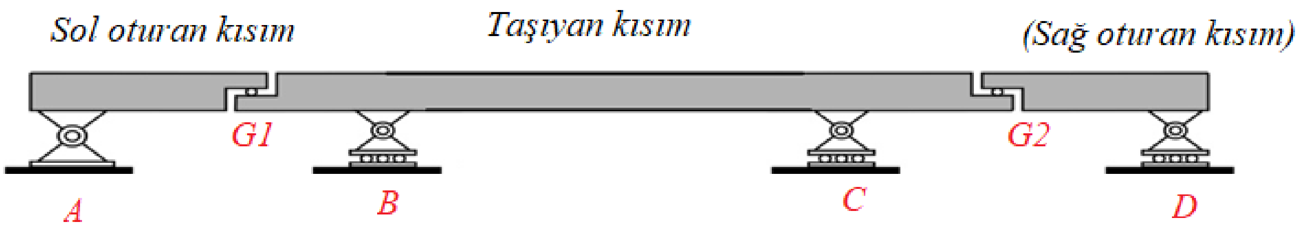
Sürekli kirişin bir ucunda ki mesnet türü şayet ankastre ise bu sistem türünde n+3 tane bilinmeyen vardır demektir bu sistemde aynı şekilde 3 denge denklemi ile çözülebildiğinden dolayı n. dereceden hiperstatik denir. Bu uygulamadaki amaç, kiriş üzerinde uygun yerlere mafsallar ekleyip kirişi hiperstatiklikten kurtarıp izostatik hale getirmektir.

Mafsalların konulduğu yerlerde eğilme momenti sıfırdır. Mafsallar yerleştirilirken bölünen her sistemin dengede olmasına dikkat edilir. Gerber kirişler mafsallarından ayrılarak taşıyan kısım ve oturan kısım olmak üzere iki şekilde isimlendirilir.

Gerber kirişlerin kesit tesir diyagramlarının çizimi ve hesabı tek açıklıklı basit kirişlerin çizim yöntemiyle aynıdır. Çünkü mafsal eklenmek suretiyle birden fazla İzostatik basit kiriş elde edilmiştir. Önce oturan kısmın mesnet reaksiyonları hesaplanır. Hesaplanan reaksiyonlardan birisi "G_1 "mafsal kuvveti olduğu için bunun değeri taşıyan kısma ters yönde kuvvet olarak etki ettirilir. Oturan kısmın mafsal kuvveti yukarı doğru, taşıyan kısımda değme noktasında eşit ve zıt yönlü olur (Şekil 11).



Şekil 11

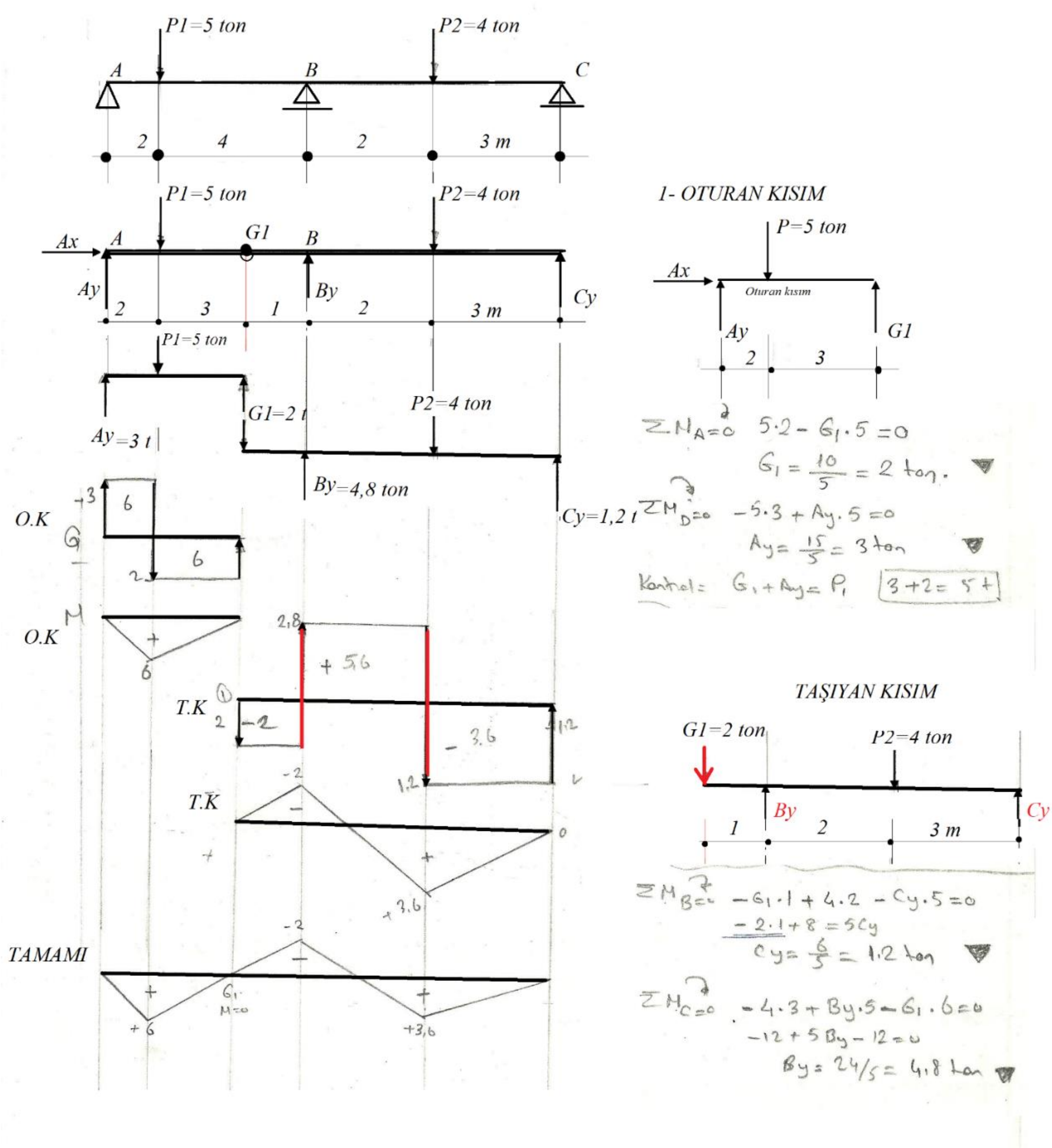


***Şekil 12:** Mafsalların çalışma şekli*

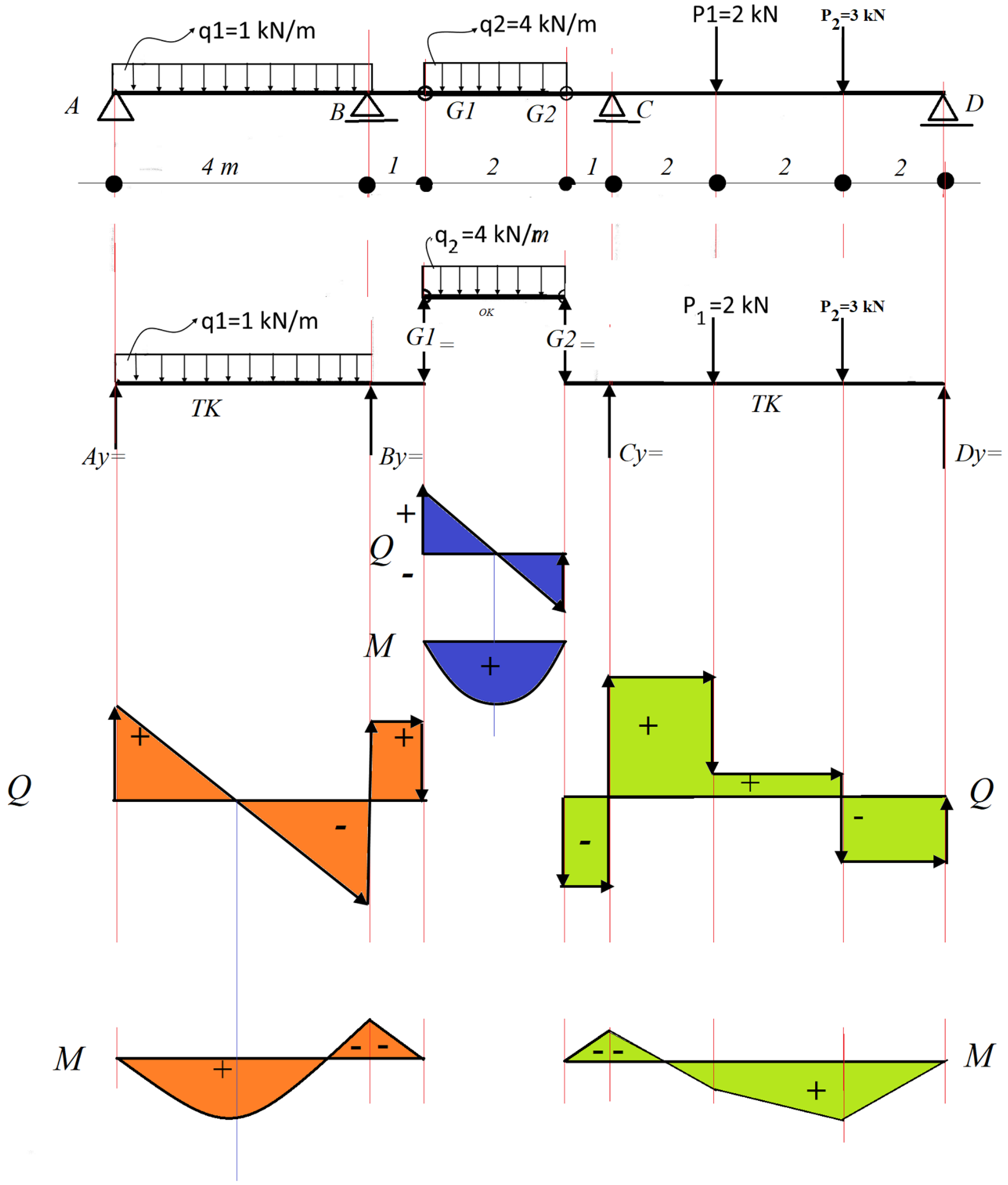
Misal:

Verilen iki açıklıklı sürekli kirişin birinci açıklığına mafsal eklenerek Gerber kiriş elde edilmiştir. Verilen gerber kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.

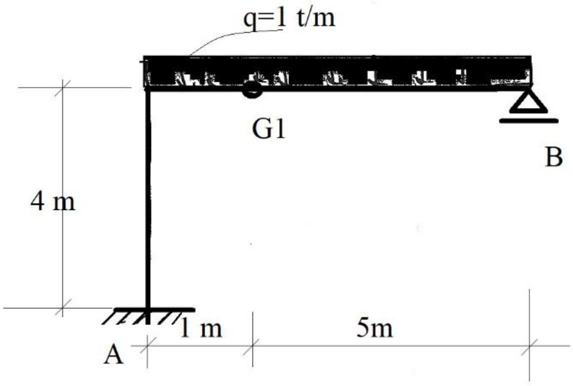
Çözüm: İki açıklıklı bu kirişte birisi sabit diğer ikisi hareketli olan üç mesnet ve dört reaksiyon yani bilinmeyen (m) bulunmaktadır. Denge denklemi sayısı (n) üç tanedir. m-n=0 statikce belirlilik şartıdır. Yani izostatikdir deriz ve mesnet reaksiyonları üç denge denklemi ile hesaplanabilir. Fakat bu ilk örnekte m-n=4-3=1 olmaktadır. Yani sistem 1. Derece hiperstatikdir ve bu kirişi çözmek için fazladan bir mafsal eklememiz gerektiği anlamı çıkıyor. Mafsalı ilk A;B açıklığına Şekil 9-10 daki kurala göre ekledik. Böylece A;G1 ve G1;C arası olmak üzere iki adet basit kiriş elde edilmiş oldu. Önce A:G1 arası oturan kiriş olarak adlandırılır ve bu iki ucu basit mesnetli kirişin Ay ve G1 mesnet reaksiyonları hesaplanır.

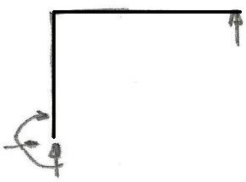


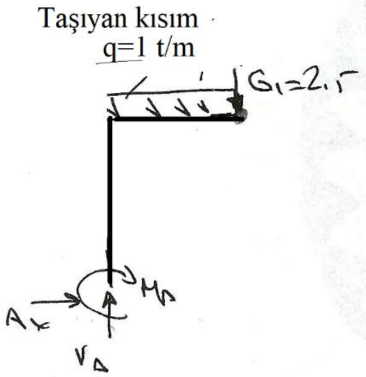
Verilen gerber kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayıp çizilmiş diyagramlar üzerinde değerleri gösteriniz.

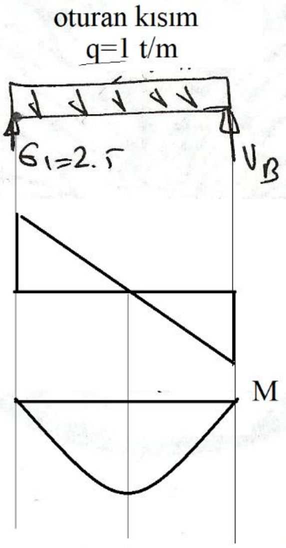


Misal: Verilen gerber sistem çerçevenin NQM diyagramlarını çiziniz.









$\overset{+}{\uparrow} \sum F_y = 0$

$G_1 + V_B = 1\times5$

$G_1 = V_B = 2{,}5$ ton.

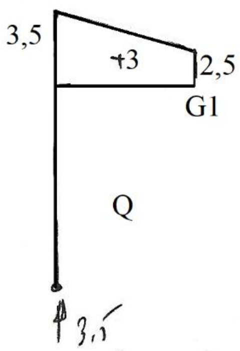
$\uparrow \sum F_y = 0 \quad V_A = 1\times1 + 2{,}5$

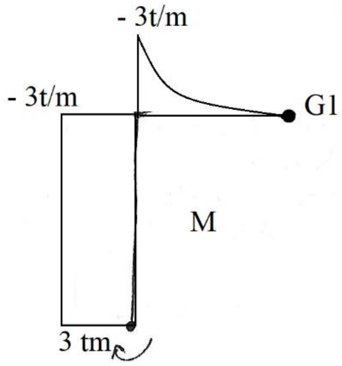
$V_A = 3{,}5$ ton

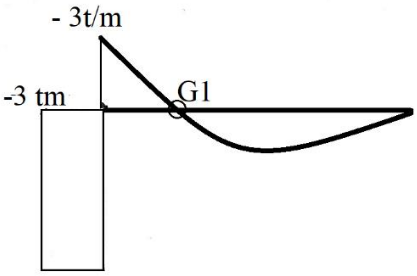
$\sum M_A = 0$

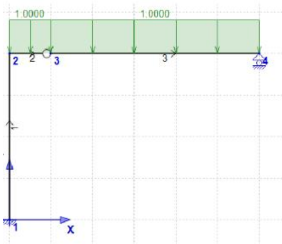
$M_A + 1\times1\times0{,}5 + 2{,}5\times1 = 0$

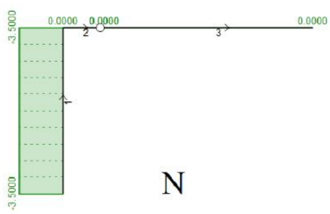
$M_A = -3$ tm.

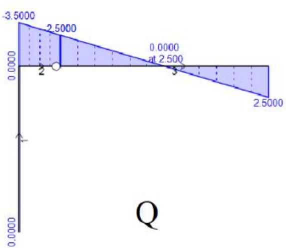


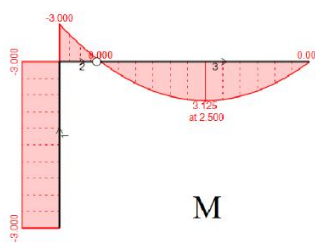








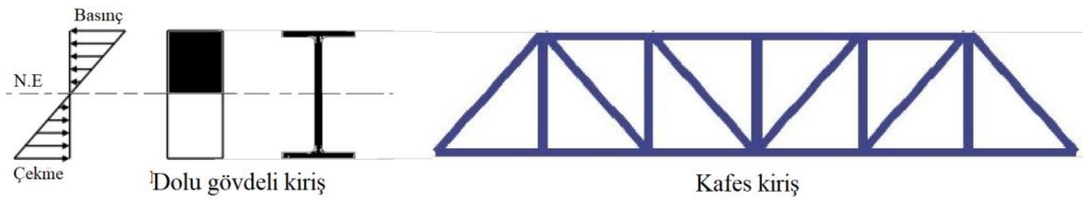




3-KAFES KİRİŞLER

Kafes kirişler, dolu gövdeli ahşap ya da betonarme kirişlerden farklı olarak, gövdeleri genellikle üçgen bazen eşkenar dörtgen şeklinde boşlukları olan sadece çubuk şeklinde başlık, alt başlık ve örgü çubukları bulunan taşıyıcı sistemler olarak tarif edilir.

Betonarme veya çelik dolu gövdeli taşıyıcı sistemlerin açıklıkları büyüdükçe kendi ağırlıkları artar. Bu yüzden uzun açıklıkların geçilmesinde ekonomik olmamaya başlar. Bunların yerine açıklıkları geçmek için kafes kiriş tasarlamak daha ekonomik ve güvenli olmaktadır.

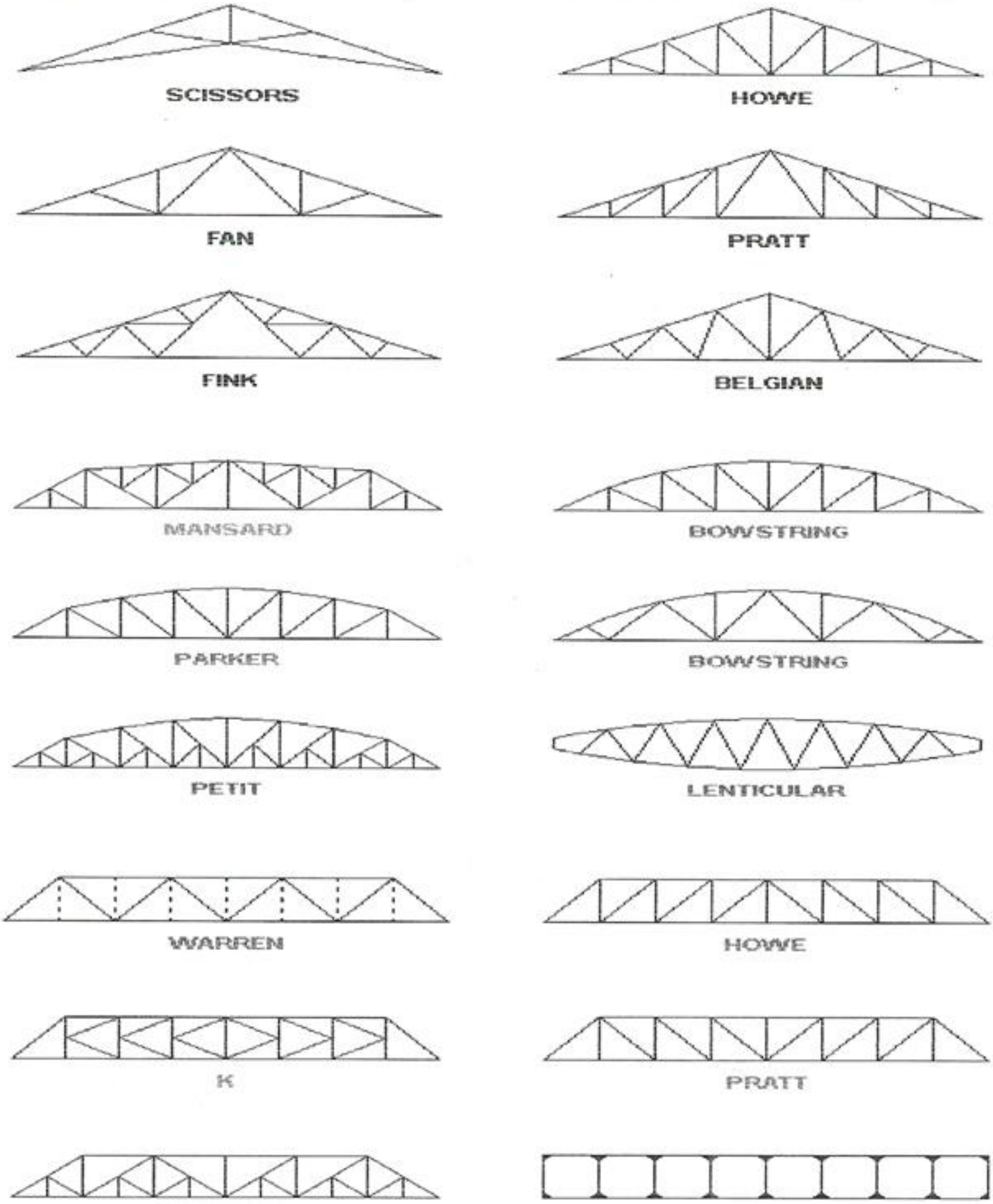


Şekilde dolu gövdeli bir kirişin en kesitinde basit eğilme halinde normal gerilme dağılımı görülmektedir. Tarafsız eksenden uzaklaştıkça, alt ve üst kenarlardaki liflerde gerilmeler en büyük değere ulaşmakta yani dolu kesitin bu kısımlarda taşıyıcılık özelliği artmaktadır. Bunun aksine tarafsız eksene yaklaştıkça gerilmelerin azaldığı ve kirişin bu bölgede taşıyıcılık özelliğinin de azaldığını ve buradaki kesitin tamamının yük aktarmaya etkisinin az olduğu görülmektedir. Kiriş ağırlığını azaltmak için tarafsız eksene yakın orta bölgenin bir kısmı sistemden çıkarılarak daha çok I kesite yakın dolu sistemler elde edilebilir. Daha büyük açıklıklarda ise orta kısım tamamıyla kaldırılıp, bunun yetine kesme kuvvetlerini karşılamak üzere çubuklar konarak “kafes sistemler” elde edilir. Kafes sistemler, sadece normal kuvvet taşıyan doğru eksenli çubukların birleşmesinden meydana gelirler. Çubukların birleşim yerlerine “düğüm noktaları” denir.

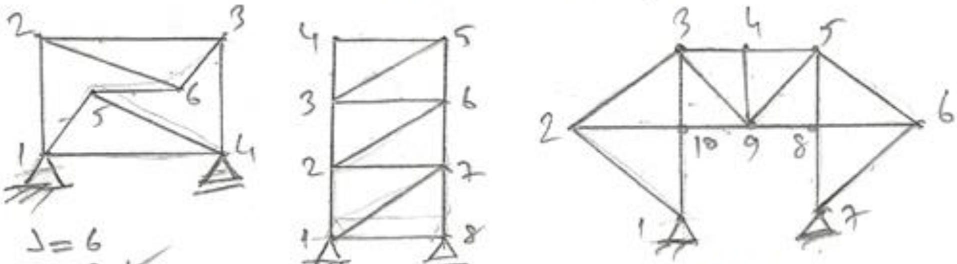
Kafes sistemler, yapı taşıyıcı sistemlerinin en önemlilerinden birisidir. Özellikle köprü ve çatılar başta olmak üzere birçok mühendislik yapısında pratik ve ekonomik çözümler sunar. Bir kafes kiriş düğüm noktalarında birleşen doğru eksenli sabit enkesitli rijit çubuklardan oluşturulur. Bütün çubuklar eksenel kuvvet etkisi altında olup, ya çekme (+) ya da basınç (-) çubuğu olurlar. Yükleme durumu ve kafes kirişin geometrisine göre bazı özel durumlarda da ‘sıfır’ yük alırlar. Bu çubuk kuvvetleri düğüm noktalarında dengede olurlar.

Çelik kafes kirişler düğüm noktalarında bağ levhası aracılığıyla perçin, bulon veya kaynak ile birleştirilerek yüklerini düğüm noktalarına aktarırlar.

UYGULAMADA EKONOMİK ÇÖZÜMLER SUNAN KAFES KİRİŞ TİPLERİ



ÖZEL TİP KAFES KİRİŞLER



$J=6$
$m=9$ ✓

$\boxed{m+3=2j}$

$J=8$
$m=13$ ✓

J=10
m=17 ✓

KAFES KİRİŞ TASARIMINDA KABULLER

1-Kafes kirişi oluşturan bütün çubukların boy eksenleri bir düzlem üzerinde bulunmalıdır. Dış kuvvetler de bu düzlem içerisinde tesir eder.

2-Kafes kirişi oluşturan çubukların boy eksenleri bir noktada kesişmelidir. Bu noktaya düğüm noktası (DN) adı verilir. Çubuk kuvvetlerinin bu noktada dengede olduğu kabul edilir. ($\sum Fx^{\rightarrow} = 0$ ve $\sum Fy^{\rightarrow} = 0$)

3-Kafes kirişin düğüm noktaları sürtünmesiz mafsallı olarak kabul edilir. (Perçin, bulon ve kaynaklı birleşimler)

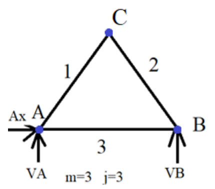
4-Dış yüklerin (sabit ve hareketli yükler) kafes kirişin sadece düğüm noktalarına etkidiği varsayılır. Çubuk boy eksenine dik kuvvet etki ettirilmez.

5-İzostatik bir kafes kiriş m+3=2j şartını sağlamalıdır. Buna statikçe belirliliğin tarifi denilir.

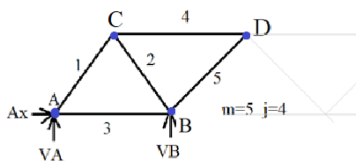
Statikçe Belirliliğin Tarifi:

Basit bir kafes taşıyıcı sistemi üç çubuktan oluşur. Bu sistem üç adet çubuk ve bunların bağlandığı üç adet düğüm noktası içerir. Bu sisteme eklenecek iki çubuk düğüm noktası sayısını bir artırır. Böylece oluşturulacak “m”, (member) sayıdaki çubuk ve “j” (joint) sayıdaki düğüm noktasından oluşan kafes sistemi de bir basit kafes sistemidir. Bir ucu sabit, diğer ucu hareketli mesnetli bir kafes kirişte üç tane mesnet reaksiyonu oluşur (3). Basit kafes kirişte üç tane de eksenel kuvveti bilinmeyen çubuk vardır (m). Bunların toplamı bilinmeyenleri oluşturur (m+3). Statik sistemlerin çözümünde bilinmeyen sayısı kadar denklem kurulmalıdır. Her bir düğüm noktasına iki tane iz düşüm denge denklemi kurulabilir.
($\sum Fx^{\rightarrow} = 0$ ve $\sum Fy^{\rightarrow} = 0$)

Basit kafes kirişte üç tanede düğüm noktası olduğuna göre ve her düğüm noktasına iki denklem uygulanabildiğinden (2j) denklem sayısı da m+3 şartına eşit olmalıdır.



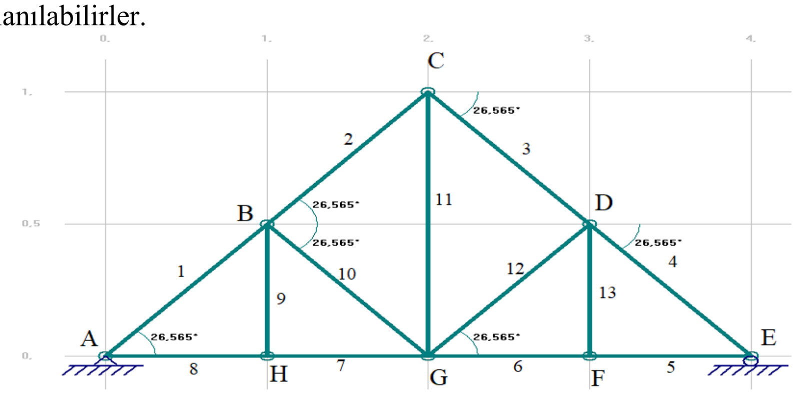
m+3=2j



5+3=2x4

Bir kafes kirişin İzostatik olabilmesi için m+3=2.j şartını sağlamalıdır.
m+3=2.j İzostatik
m+3<2.j Dengesiz, çubuk sayısı eksik,
m+3>2.j statikçe belirsiz anlamına gelir.

Şekildeki gibi çubuklardan oluşmuş sistemlere kafes sistemler denir. Çubukların birleştiği noktalar mafsallıdır. Bu noktalara düğüm noktaları denir (A, H). Çubuklar birer pandül ayak gibi çalışırlar. Çatılarda kullanılan kafes sistemler iklim koşullarına göre seçilirler. Stadyum, uçak hangarı gibi çok büyük açıklıkların kapatılmasında uzay kafes sistemlerle birlikte kullanılabilirler.



A C E Kontur (üçgen)
AB, BC, CD, DE üst başlık; AH, HG, GF, FE İse alt başlık ,
BG ve DG diyagonal, BH, CG, DF dikme, İçerdeki çubuklara örgü çubuğuda denilir.

Bütün kafes sistemlerde üstteki çubuklara üst başlık, alttaki çubuklara alt başlık adı verilir. Aradaki çubuklar ise örgü çubukları denilir. Kafeslerin oluşturulması çekirdek denilen bir üçgen teşkil edilerek üç çubuğu mafsallı olarak birleştirmeyle başlanılır. Bundan sonra bir düğüm noktası alınıp ve bir doğrultuda olmayan iki çubukla bağlanır. Herhangi bir üçgen çekirdek olarak alınabilir. Kafes kirişin etkiyen yükleri çubuklar üzerinden düğüm noktalarına ve en kısa yoldan da mesnetlere aktarabilmesi için her bir çubuğa etkiyen eksenel kuvvet (basınç veya çekme) bilinmeli, sonra bir tasarım dersinde örneğin çelik yapılar dersinde öğretileceği gibi güvenli kesit boyutları seçilmelidir.

Kafes sistemlerin sınıflandırılması:

1- Düzlem kafes kirişler (İzostatik, hiperstatik)

2-Uzay kafes kirişler

KAFES KİRİŞLERİN ÇUBUK KUVVETLERİNİN HESABI

Kafes kirişlerin çubuk kuvvetlerinin hesabında kullanılan yöntemler şunlardır.

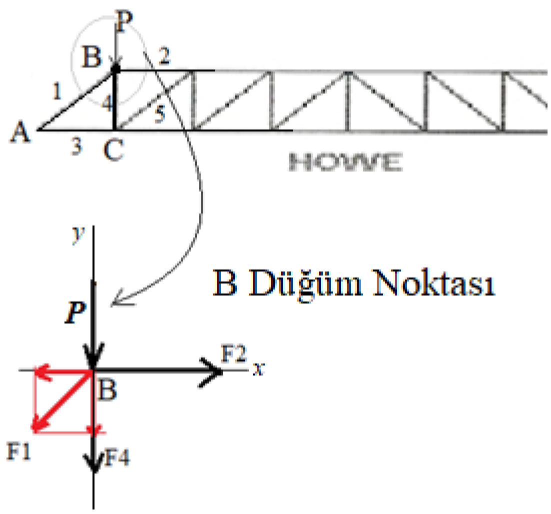
1-Düğüm noktalarının dengesi yöntemi

2- Kesim (Ritter) yöntemi

3- Grafik yöntemler (Maxwell, Cremona)

4- Bilgisayar paket programları

- Düğüm Noktalarının Dengesi Yöntemi İle Kafes Kiriş Çubuk Kuvvetlerinin Hesabı

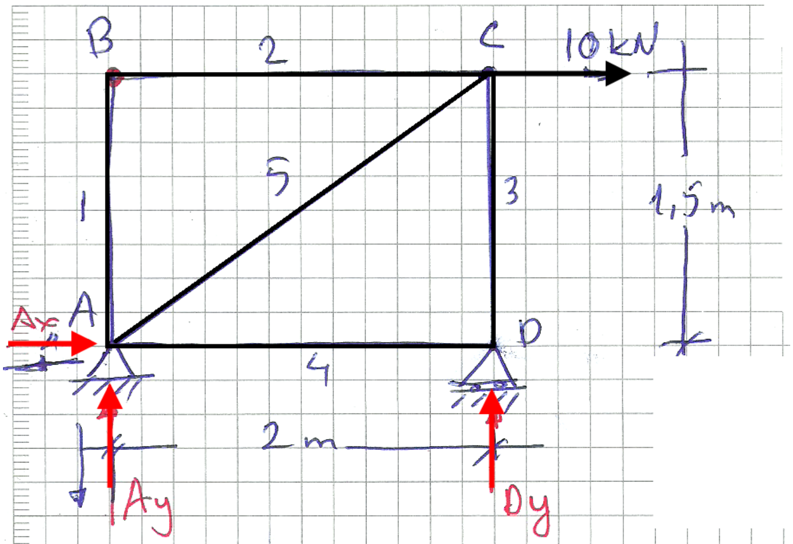


Her düğüm noktası dengede ise bütün sistem dengede demektir. Verilen kafes kirişin m+3=2j şartını sağlayıp sağlamadığına bakılır. Daha sonra mesnet reaksiyonları hesaplanır. Yerlerine yazılır. Sonra en fazla iki bilinmeyen çubuğun bulunduğu bir düğüm noktası ele alınır. Bunun için bir sıra yoktur. Tek kural iki bilinmeyen olacak. Bu düğüm noktası alınır ve bu DN'da birleşen varsa, reaksiyon, kuvvet ve çubuklar dik koordinat sistemine yerleştirilir. Bilinmeyen çubukların çekme çubuğu (+) olduğu varsayılarak orijinden uzaklaşır tarzda gösteririz. Yatayla açı yapan çubuklar varsa dik bileşenlerine ayrılır. Alttaki şekilde B düğüm noktasında üç çubuk ve bir kuvvet birleşiyor. Burada birleşen çubuklardan birisinin bilindiği varsayalım. F1 çubuğu bileşenlerine ayrılır (Fx.,Fy). Bu noktaya üç denge denklemi uygulanır. Bu DN'da bilinmeyen çubukların Çekme (+) yada basınca çalıştığı (-) belirlendikten sonra diğer her hangi bir iki bilinmeyenli DN na geçilir. Böylece bütün çubuklar hesaplanıncaya kadar bütün DN ele alınır. Sonuçlar bir tabloda gösterilir.

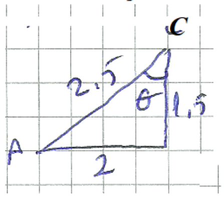
ÖRNEK: Verilen İzostatik kafes kirişin çubuk kuvvetlerini Düğüm Noktalarının dengesi yöntemi ile hesaplayınız. Sonuçları tabloda gösteriniz.

Çözüm: Önce mesnet reaksiyonları hesaplanır. Sonra kirişe bakılır yükleme ve şekle göre sıfır kuvvet alan çubuklar tespit edilir.

Bu şekil ve yükleme şartlarına göre P1, P2, P4 sıfır kuvvet alan çubuklardır. B ve D düğüm noktaları ele alındığında bunun böyle olduğu görülür.



Uzunluk ve açı hesabı



$$AC = \sqrt{2^2 + 1{,}5^2} = 2{,}5\,m$$

$$\sin\theta = \frac{2}{2{,}5}, \quad \cos\theta = \frac{1{,}5}{2{,}5}$$

Çu No	Çek +	Bas −
P1	0	
P2	0	
P3		7,5
P4	0	
P5	12,5	

M. R. Hesabı

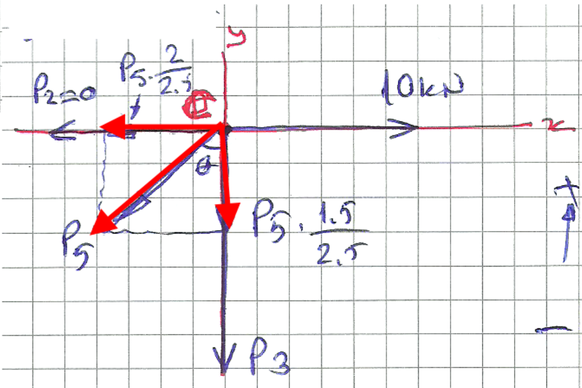
$\xrightarrow{+}\ \Sigma F_x = 0 \qquad A_x + 10 = 0 \qquad A_x = -10\ kN \leftarrow$ Yön Değ.

$\uparrow^{+}\ \Sigma F_y = 0 \qquad A_y + D_y = 0$

$\circlearrowright^{+}\ \Sigma M_A = 0 \qquad 10 \cdot 1{,}5 = 2 D_y \rightarrow D_y = 7{,}5\ kN \uparrow$

$A_y = -7{,}5\ kN \downarrow$

Diğer çubuk kuvvetlerini hesaplamak için C Düğüm noktasının dengesini araştırmak yeterli olacaktır.



$\xrightarrow{+}\ \Sigma F_x = 0 \qquad 10 - P_5 \cdot \frac{2}{2{,}5} = 0$

$P_5 = +12{,}5\ kN$ (Çekme)

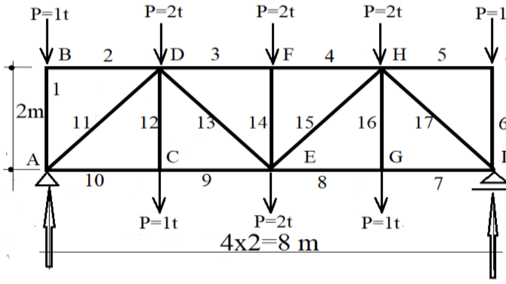
$\uparrow^{+}\ \Sigma F_y = 0$

$$-P_3 - P_5 \cdot \frac{1{,}5}{2{,}5} = 0$$

$$P_3 = -12{,}5 \cdot \frac{1{,}5}{2{,}5} = -7{,}5\ kN$$

(Basınç)

Misal: Şekilde verilen kafes kirişin çubuk kuvvetlerini DN dengesi yöntemi ile hesaplayınız. Sistem yük ve şekilde simetriktir.



simetriden dolayı

Ay=Iy=12/2=6 ton

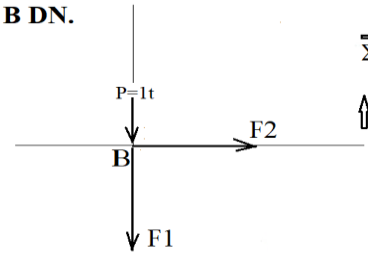
Ax=0

m+3=2.j

17+3=2.10 statikce belirli

Çubuk kuvvetleri F1, F2 şeklinde gösterilmiştir.

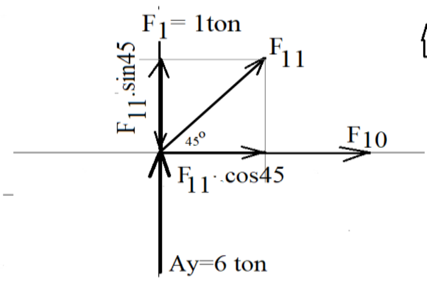
B DN.



$\overrightarrow{\Sigma Fx}=0$ $\quad F_2=0$ (kuralı hatırlayınız) $\quad \boxed{F2=F5=0}$

$\Uparrow \Sigma Fy=0$ $\quad -1-F_1=0$ $\quad F_1=-1$ton (basınç) $\quad \boxed{F1=F6=-1t}$

A DN



$\overrightarrow{\Sigma Fx}=0$ $\quad F_{10}+F_{11}.\cos45=0$ (1)

$\Uparrow \Sigma Fy=0$ $\quad 6+F_{11}.\sin45-1=0$ $\quad F_{11}=-7{,}07$ t basınç

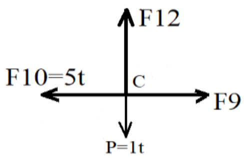
$\boxed{F11=F17=-7{,}07t}$

(1) denklemden,

$F_{10}+(-7{,}07\cdot\cos45)=0$ $\quad F_{10}=+5t$ çekme

$\boxed{F10=F7=+5t}$

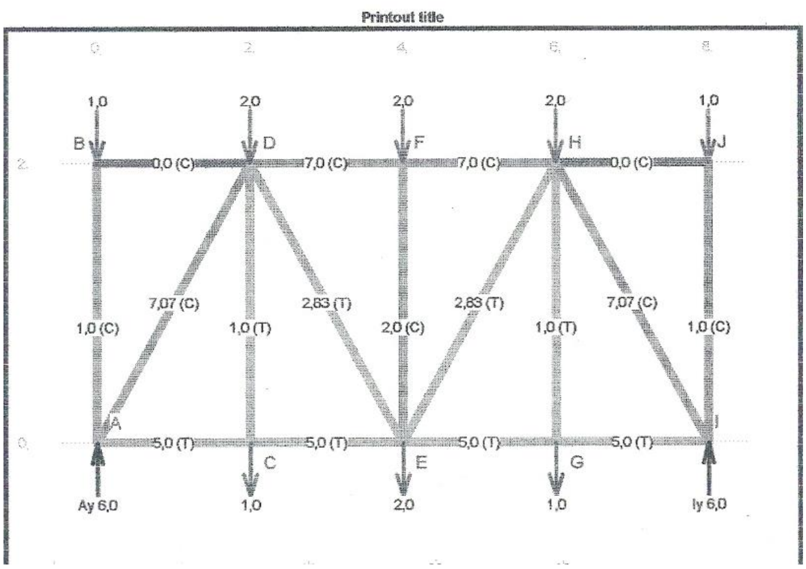
C DN



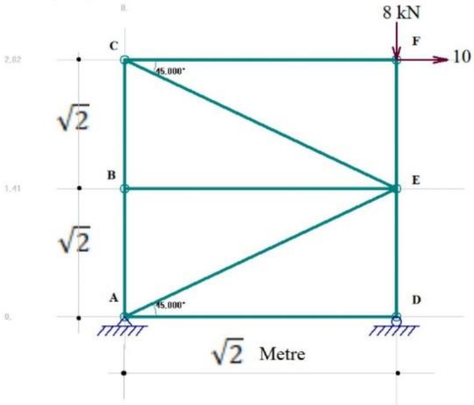
$\overrightarrow{\Sigma Fx}=0$ F9-5=0 $\quad$ F9=5 t çekme $\quad \boxed{\text{F9=F8=5t çekme}}$

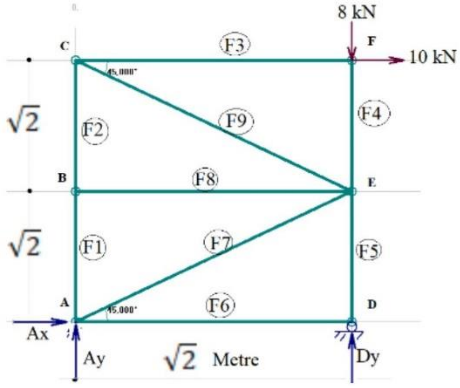
$\Uparrow \Sigma Fy=0$ F12-1=0 $\quad$ F12=1 t çekme $\quad \boxed{\text{F12=F16= 1 t çekme}}$

3, 4, 13, 14, 15 nolu çubukların kuvvetlerini de siz hesaplayınız. F3=F4=-7 t basınç, $F_{13}=F_{15}=2{,}83$ çekme, $F_{14}=-2t$



Misal: Şekilde verilen İzostatik düzlem kafes kirişin bütün çubuk kuvvetlerini düğüm noktalarının dengesi yöntemiyle hesaplayınız.





1- kafes kirişin serbest cisim diyagramı çizilir.

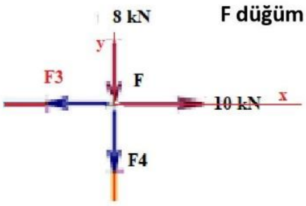
2- Kafes kirişin mesnet reaksiyonları hesaplanır.

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \quad \rightarrow Ax + 10 = 0 \quad Ax = -10\ kN \leftarrow \qquad\qquad \uparrow^{+} \sum F_y = 0 \quad \rightarrow \ Ay + Dy = 0$$

$$\circlearrowright^{+} \sum M_A = 0 \quad \rightarrow \quad 8 \cdot \sqrt{2} + 10 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot Dy = 0 \qquad \boldsymbol{Dy = 28\ kN} \uparrow \ \ ve \ \ \boldsymbol{Ay = -20kN} \downarrow$$

3- Eksenel kuvveti bilinmeyen en fazla iki çubuğun olduğu düğüm noktası seçilir.

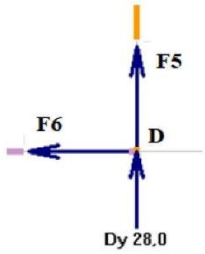
F düğüm noktası



$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \rightarrow \quad 10 - F_3 = 0 \qquad \boldsymbol{F3 = 10\ kN\ (Çekme)}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0 \quad \rightarrow (-8) - F4 = 0 \ \rightarrow \ \boldsymbol{F4 = -8\ kN\ (basınç)}$$

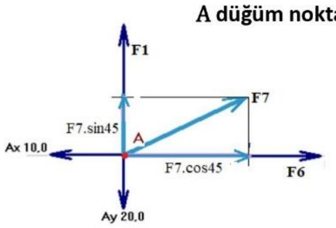
D düğüm noktası



$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \rightarrow \quad \boldsymbol{F6 = 0}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0 \quad 28 + F5 = 0 \qquad \boldsymbol{F5 = -28\ kN\ (Basınç)}$$

A düğüm noktası

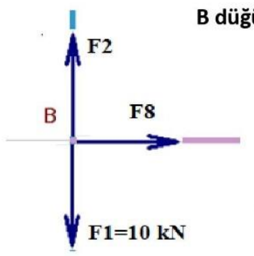


$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \ \rightarrow \ (-10) + (\mathrm{F7} \cdot \cos 45) + \mathrm{F6}) = 0 \quad \boldsymbol{F7 = \frac{20}{\sqrt{2}} = 14,14\ kN\ (Çekme)}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0 \quad (-20) + (F7 \cdot \sin 45) + F1 = 0$$

$$(-20) + \left(\frac{20}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + F1 = 0 \qquad \boldsymbol{F1 = +10kN\ (Çekme)}$$

B düğüm noktası



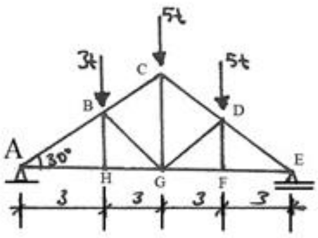
$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0 \ \rightarrow \ \boldsymbol{F8 = 0}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0 \quad (-10) + F2 = 0 \qquad F2 = 10\ kN\ (Çekme)$$

Hesaplanmayan F9 çubuk kuvvetini de siz hesaplayınız.

Ç.N	Çekme	Basınç
1	10	
2	10	
3	10	
4		8
5		28
6	0	0
7	14,14	
8	0	0
9		

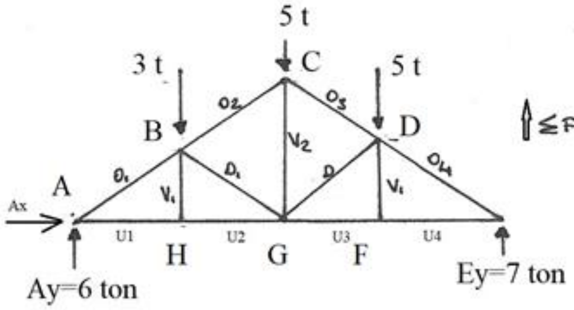
ÖRNEK



Şekilde verilen kafes kirişin çubuk kuvvetlerini düğüm noktalarının dengesi yöntemi ile hesaplayınız.
Sonuçları çizelgede gösteriniz.

İŞLEM SIRASI

1- Kafes kirişin mesnet reaksiyonları hesaplanır ve yerlerine doğru yönleri ile kuvvet olarak etki ettirilir.



$\sum F_x = 0 \quad Ax=0$

$\uparrow \sum F_y = 0 \quad Ay+Ey= 3+5+5 = 13t$

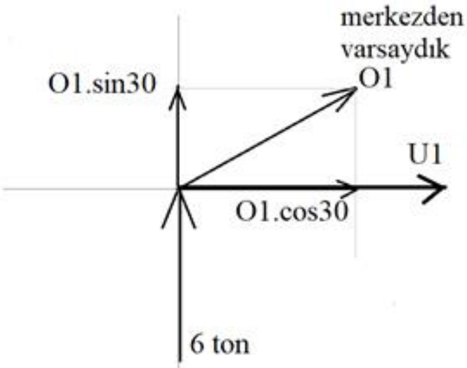
$\sum M_A = 0$

$3.3 + 5.6 + 5.9 = 12.Ey$

Ey=7 ton   Ay=6 ton

2- En fazla iki adet bilinmeyen çubuğun bulunduğu her hangi bir düğüm noktası ele alınır ve dik koordinat sisteminin merkezine yerleştirilir. Yatay veya düşeyde açı yapan çubuklar varsa dik bileşenlerine ayrılır. Eksenel kuvveti bilinmeyen çubuklar bu sistemde çekmeye zorlandığı kabul edilerek merkezden uzaklaşır şekilde gösterilir.

A DÜĞÜM NOKTASI



Bu DN da O1 ve U1 çubuk kuvvetleri bilinmemektedir. Görüldüğü gibi merkezden uzaklaşır tarzda gösterdik. Yani çekmeye çalıştığını varsaydık

$\sum F_x = 0 \quad U1+O1.\cos30=0 \quad (1)$

$\uparrow \sum F_y = 0 \quad O1.\sin30+6=0 \quad (2)$

O1= -12 ton (basınç)

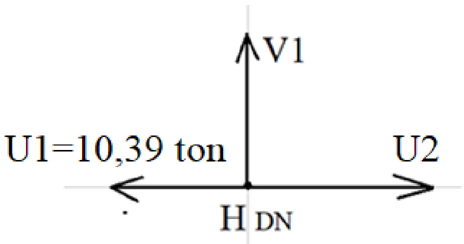
O1 *(1)*.denklemde işareti ile birlikte yerine yazılırsa

U1+(-12.cos30)=0

U1=10,39 ton (çekme) olarak bulunur.

Bu düğüm noktasında O1 çubuğu basınca, U1 çubuğu çekmeye zorlanıyormuş.

H DÜĞÜM NOKTASI (Bu noktayı seçmemizin sebebi iki bilinmeyen çubuğun olmasıdır. Her hangi bir sıra yoktur)

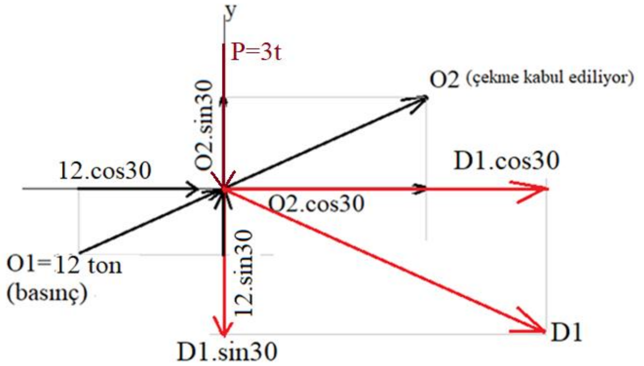


$(\sum \vec{Fx} = 0$ $\quad U_2-10{,}39=0 \quad U_2=10{,}39$ ton (çekme)

$V_1=0$ (bu yükleme çeşidinde her zaman o (sıfır) olur.

Kural: Her hangi bir kafes kirişte, üç çubuğun birleştiği bir düğüm noktasında çubuklardan ikisi aynı doğrultuda ise, bunlara dik olan üçüncü çubuğun aksisinde kuvvet ya da çubuk yok ise bu çubuk her zaman sıfır kuvvet alır.

B DÜĞÜM NOKTASI Bu düğüm noktasında artık iki kuvveti (O2 ve D1) çubuk bilinmiyor. O1 =-12 ton bulunmuştu, Düğüm noktasına etki ettirirken basınç olarak etki ettirdik. Artık – yazılmaz. V1 çubuk kuvveti de sıfır bulunmuştu. Bu yüzden gösterilmedi.



$\sum \vec{Fx} = 0$ 12.cos30+D_1.cos30+O_2.cos30=0

D_1.cos30+O_2.cos30=-10,39 (1)

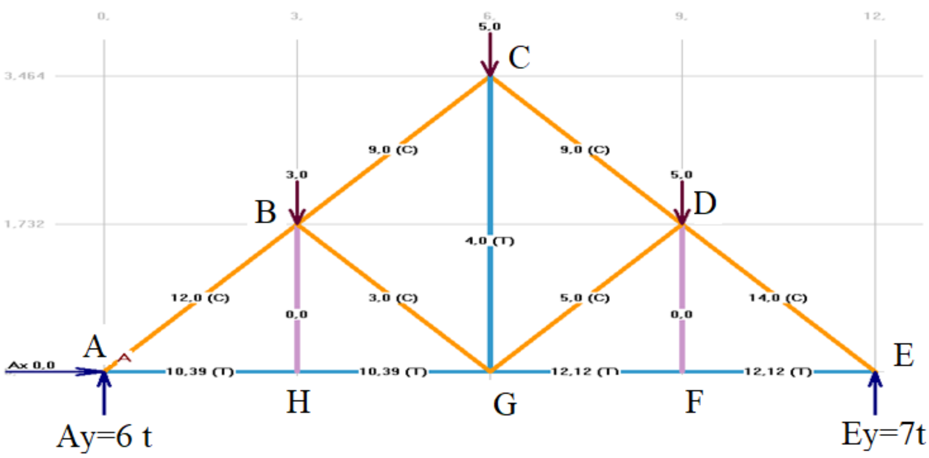
$\sum \vec{Fy} = 0$ O_2.sin30+12.sin30-D_1sin30-3=0

O_2.sin30 -D_1sin30=-12.sin30

O_2.sin30 -D_1sin30=-3 (2)

1. ve 2. Denklemde işlem yapılırsa O_2= -9 ton (basınç), D_1=-3 ton (basınç) olarak bulunur.

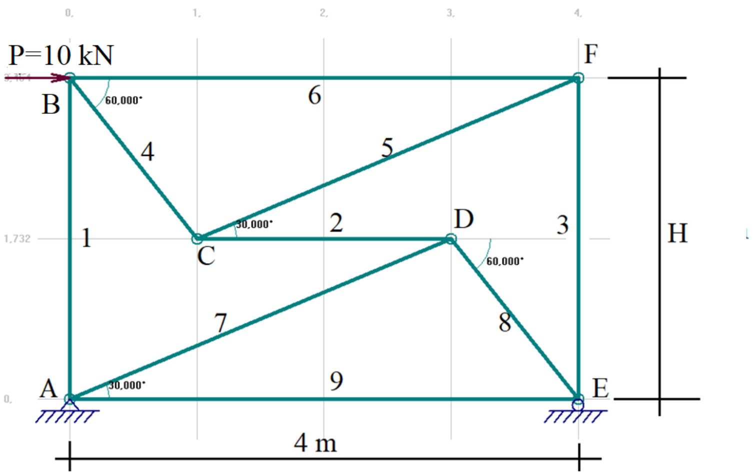
Diğer düğüm noktaları da teker teker ele alınarak bütün çubuk kuvvetleri bulununcaya kadar işleme devam edilir. Elde edilen çubuk kuvvetleri bir çizelgede özetlenir. Aşağıdaki şekilde çubuk kuvvetlerinin bir bilgisayar programı ile çözülmüş değerleri verilmiştir.



ÇUBUK NO	ÇEKME (+)	BASINÇ (-)
O1		12
O2		9
O3		9
O4		14
U1	10,39	
U2	10,39	
U3	12,12	
U4	12,12	
V1	0	
V2	4	
V3	0	
D1		3
D2		5

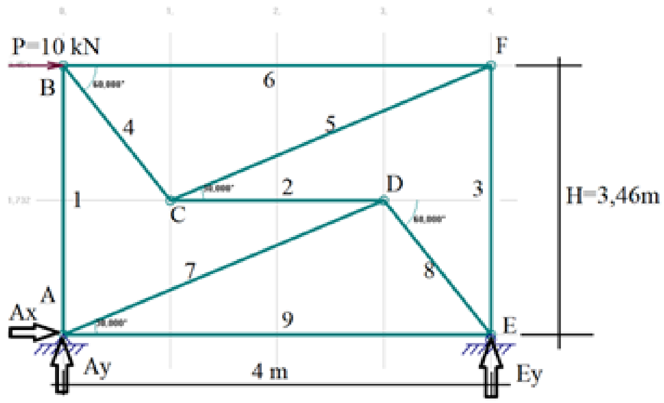
Şekil 13: Problemin MDsolıd 30 programı ile çözülmüş hali. https://web.mst.edu/~mdsolids/

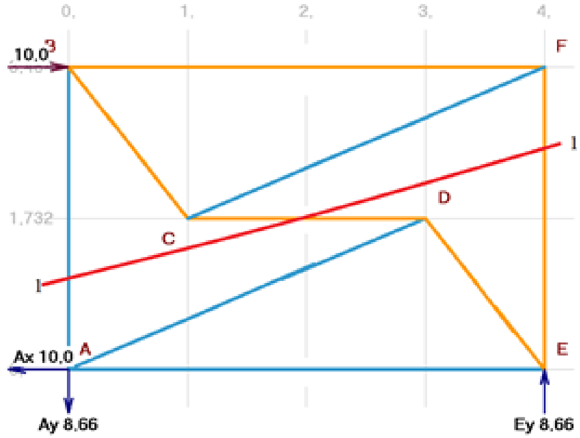
MİSAL: Şekilde verilen kafes kirişin çubuk kuvvetlerini DN dengesi yöntemi ile hesaplayınız.

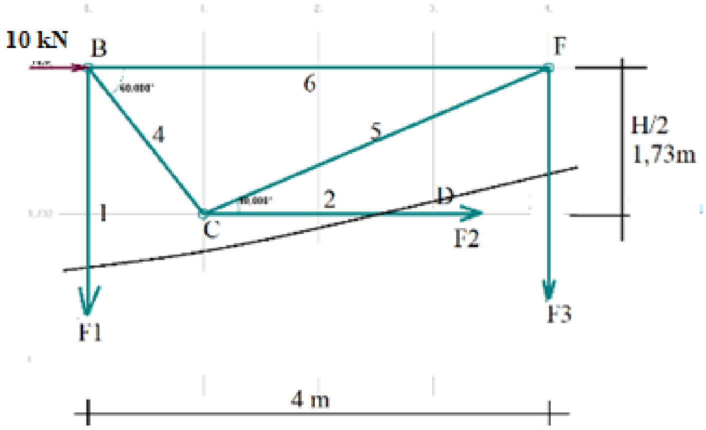


Kafes kirişin düğüm noktalarına tek tek bakıldığında her düğüm noktasında üç tane bilinmeyen çubuk olduğu görülür. Oysa kural olarak düğüm noktalarının dengesi yöntemini kullanabilmek için en az iki bilinmeyen çubuğun olduğu bir düğüm noktası bulup çözüme oradan başlamak gerekir. Bu kafes kirişin çözümünde DN dengesi yönteminin yeterli olmadığı, bu yöntemin yanında başka bir çözüm yöntemine de ihtiyaç olacağı anlamına gelmektedir.

-KESİM YÖNTEMİ İLE KAFES KİRİŞ ÇUBUK KUVVETLERİNİN HESABI







Bu çözüm yönteminde mesnet reaksiyonları bulunduktan sonra yerlerine doğru yönleriyle birlikte kuvvet olarak etki ettirilir.

Kafes kiriş en fazla üç bilinmeyen çubuğun bulunduğu bir düzlemden kesilir.

Kesim çizgisinin bir tarafı ele alınır diğer tarafı silinir.

Kesilen çubukların ucuna ok yapılarak en yakın DN 'na kadar uzatılır.

Eğik Çubuk kesilmiş se bu DN da dik bileşenlerine ayırılır.

Elde edilen kafes kiriş parçasına üç denge denklemi uygulanarak öncelikle kesim yapılan çubukların kuvvetleri hesaplanır.

Böylece kafes kirişin diğer çubukları DN dengesi yöntemi ile hesaplanabilir hale gelir.

Bu işlem sırasını yanda verilen örnek üzerinde uygulayalım.

-*Mesnet reaksiyonlarının hesabı.*

$$\overset{\rightarrow +}{\sum} F_x = 0$$

10+Ax=0 Ax=10 kN

$$\uparrow + \sum F_y = 0$$

Ay+Ey=0

$$\sum MA = 0 \qquad 10 \cdot 3{,}46 - Ey.4 = 0$$

Ey=8,65 kN ↑ Ay=-8,66 kN↓

Mesnet reaksiyonları hesaplanıp doğru yönleri ile birlikte şekil üzerinde gösterilmiştir. İkinci işlem olarak en fazla üç bilinmeyen çubuğun bulunduğu bir düzlem seçilir ve bu çubuklar bu düzlemden (1-1) kesilir. Bu örnekte mesnetlerin bulunduğu alt kısım kesilerek atıldı. Üst kısımda kesilen çubuklar işe yarayan bir yere kadar uzatıldı ve üç denge denklemi kuruldu.

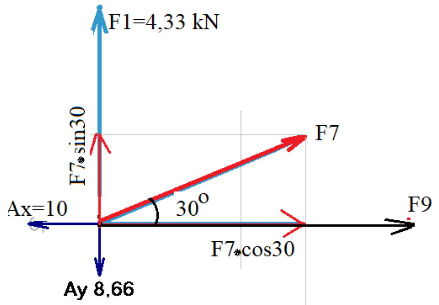
$\sum Fx^{\rightarrow} = 0$ F_2+10=0 **F_2= -10 kN. (basınç)** (Compression)

$\uparrow\sum Fy = 0$ $F_1+F_3=0$ (çözüm vermedi)

$$\sum MB = 0 \quad -F2 \cdot 1{,}73 + F3 \cdot 4 = 0 \qquad -(-10) \cdot 1{,}73 + F3 \cdot 4 = 0 \qquad \boldsymbol{F3 = -4{,}33\ kN\ basınç}$$

F1+F3=0 denkleminden F1+(-4,33)=0 **F_1=+4,33 kN çekme** (Tension)

Bu kesimde bulunan üç çubuk kuvveti diğer çubukları Düğüm noktası dengesi yöntemi ile hesaplanabilir duruma getirmiş olur. Örnek olarak A DN ele almış olalım.



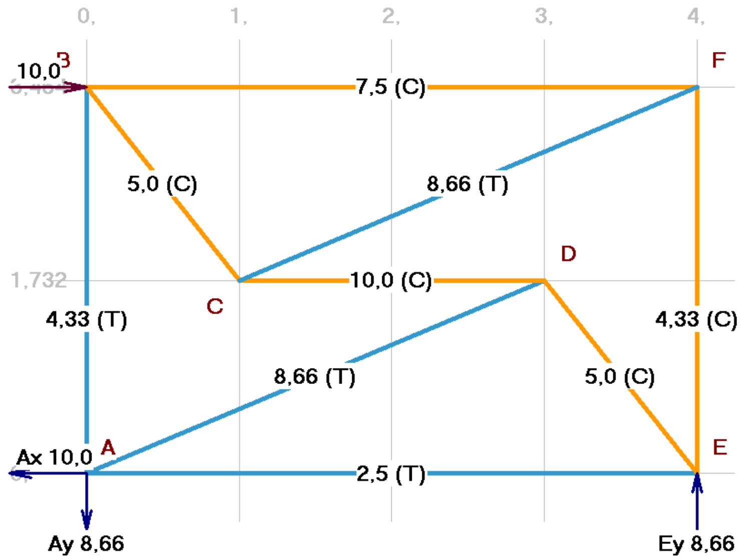
Çub No	ÇEKME	BASINÇ
F1	4,33	
F2		10
F3		4,33
F4		5
F5	8,66	
F6		7,5
F7	8,66	
F8		5
F9	2,5	

$\sum Fx^{\rightarrow} = 0$ F₇.cos30+F₉-10=0 F₇.cos30+F₉=10

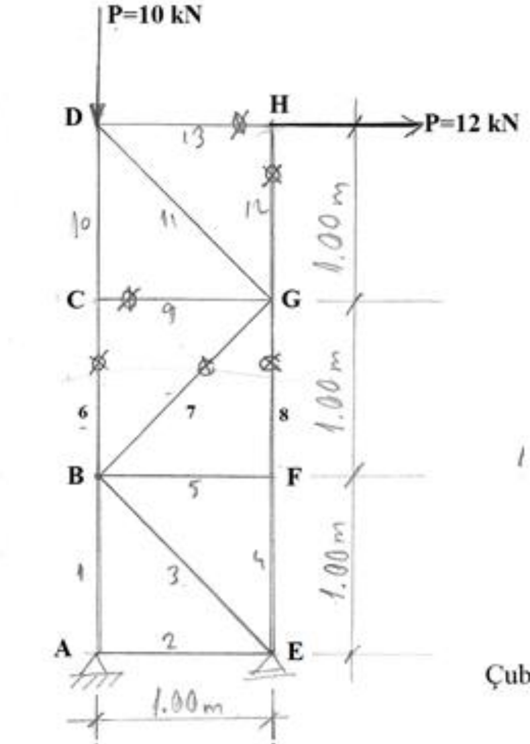
$\uparrow \sum Fy = 0$ 4,33+F₇.sin30-8,66=0 **F₇= 8,66 kN (çekme)**

8,66.cos30+F₉=10 **F₉= 2,5 kN (çekme)**

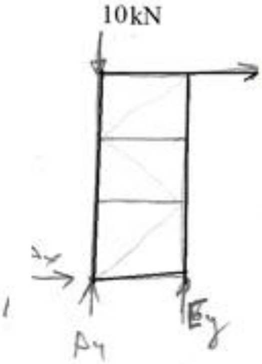
Diğer çubukların kuvvetleri hesaplanmış ve aşağıdaki şekilde verilmiştir. Sizde çözerek cevaplarınızı karşılaştırınız.



ÖRNEK: Şekildeki kafes kirişin işaretlenmiş çubuklarının kuvvetlerini kesim yöntemi ile kesaplayınız.



Mesnet reaksiyonları hesabı



$\xrightarrow{+}\ \Sigma F_x = 0$

$A_x + 12 = 0$

$\boxed{A_x = -12 \text{ kN} \leftarrow}$

$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0$

$A_y + E_y - 10 = 0$

Ay+Ey=10

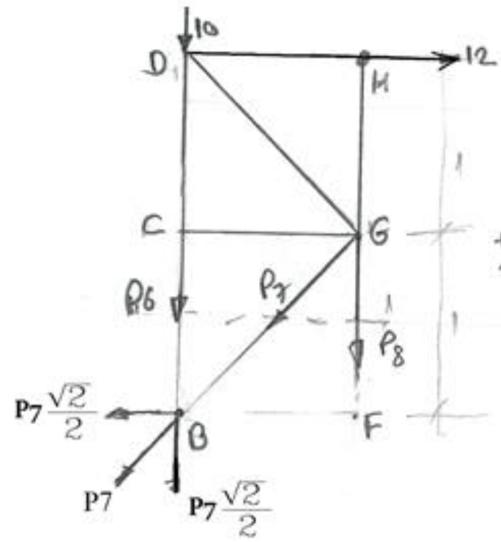
$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_A = 0 \quad 12 \times 3 - 1 E_y = 0$

Ey=36 kN ⇑ Ay=-26 kN ⇓

Çubuk kuvvetleri hesabı

P12=0, P13=12 kN (çekme), P9=0 (Başka sıfır çubuk varmı?). P6, P7, P8 çubuklarını bir doğru ile keselim. Kesim yapılan kısmın alt tarafını silelim. (üst tarafta silinebilir.) Kesim yapılan çubukları C ve G düğüm noktalarından uzaklaşır tarzda gösterelim. P7 yi B DN'na kadar uzatıp dik bileşenlerine ayıralım.

Sonra bu sisteme üç denge denklemini sırasız uygulayalım.

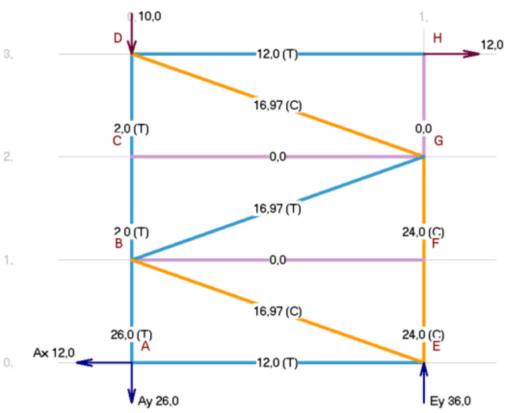


$\circlearrowleft^{+} \Sigma M_B = 0 \quad 12 \cdot 2 + P_8 \cdot 1 = 0$ P8=-24 kN basınç

$\xrightarrow{+}\ \Sigma F_x = 0 \quad 12 - P_7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ P7=16,97 kN Çekme

$\uparrow^{+} \Sigma F_y = 0 \quad -10 - P_6 - P_8 - P_7 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$-10 - P_6 - (-24) \underbrace{- 16{,}97 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}_{-12} = 0$ P6=2 kN çekme



4- HİPERSTATİK SİSTEMLERİN TANITILMASI

Hiperstatik sistemlerin incelemesine geçmeden önce bazı tanımları hatırlayalım.

1- İzostatik sistem (kiriş)

Belirli bir dış tesirin (kuvvet, yük) altında bulunan, mesnet tepkileri ile kesit tesirleri (kesme ve normal kuvveti) sadece denge şartlarından hesaplanabiliyorsa tasarladığımız yapısal kirişe (sistem) “izostatik sistem” denir.

Şekil 1 de bilinmeyen kuvvet sayısı: Ax, Ay ve By olmak üzere 3 tanedir.

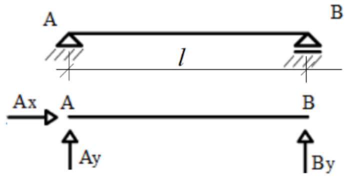
Kurulabilecek denge denklemleri sayısı,

$\sum Fx = 0$

$\sum Fy = 0$

$\sum M = 0$ olmak üzere üç tanedir.

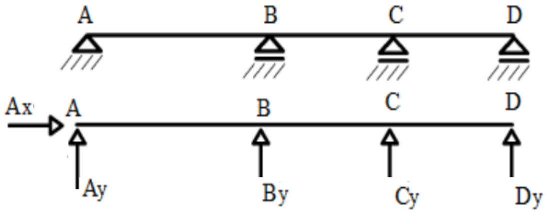
Denge denklemleri bilinmeyen kuvvet sayısına eşit olduğundan sistem izostatik durumdadır.



İzostatik basit kiriş

2- Hiperstatik sistem (kiriş)

Bütün mesnet tepkilerinin, kesit tesirlerinin ve bunlara bağlı olarak şekil değiştirmelerin ve yerdeğiştirmelerin yalnızca üç denge denklemi yardımıyla hesaplanamadığı sistemlere hiperstatik sistemler denilir. Gerber kirişlerinde fazla bilinmeyen reaksiyon sayısı kadar mafsal eklenmeden önceki halleri de hiperstatik olduğu biliniyor. Hiperstatik sistemlerin mesnet reaksiyonu ve kesit tesirleri hesabı için üç denge denklemi yetmez, bunların yanında iç kuvvet- şekil değiştirme bağıntılarına ve geometrik uygunluk şartlarından elde edilen süreklilik denklemlerine ihtiyaç vardır.



Hiperstatik kiriş

Şekil de bilinmeyen kuvvet sayısı: A_x, A_y, B_y, C_y ve D_y olmak üzere 5 adettir. Kurulabilecek denge denklemleri sayısı üç tanedir.

$+\uparrow \sum Fx = 0$

$+\uparrow \sum Fy = 0$

$+\circlearrowleft \sum M = 0$

Denge denklemleri (3 tane) bilinmeyen kuvvet sayısından (5 tane) az olduğundan sistem hiperstatik durumdadır. Yani daha önceden bildiğimiz gibi kiriş yada sistem 5-3=2. derece hiperstatikdir denilir ve şu şekilde de ifade edilebilir.

statikçe belirlilik, n = 3m+r-3j denklemiyle ifade edilir. Burada;

n: Hiperstatiklik Derecesi

m: Eleman Sayısı

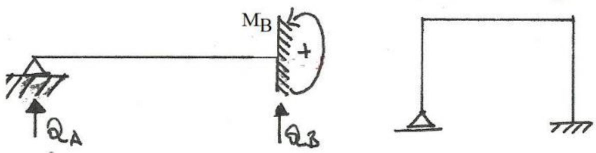
r: Mesnet Reaksiyonları Sayısı

j: Düğüm noktaları (mesnetler dahil) sayısıdır.

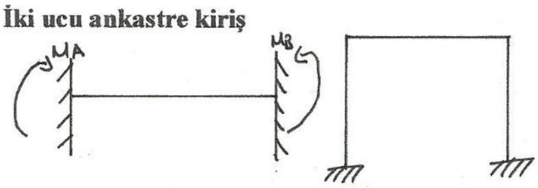
Hiperstatik Kiriş Çeşitleri

Hiperstatik sistemlerin başlıcaları şunlardır.

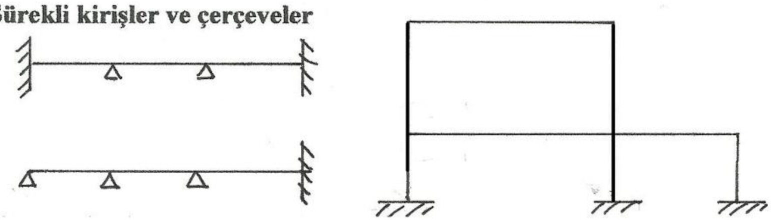
Bir ucu ankastre, bir ucu serbest oturan kirişler



İki ucu ankastre kiriş



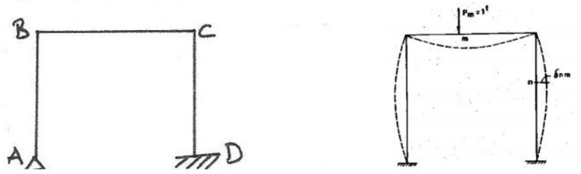
Sürekli kirişler ve çerçeveler



Hiperstatik sistemlere, bina iskeletlerinde taşıyıcı kısım olarak, endüstri yapılarında , köprülerde her zaman rastlanır. Bu sistemleri oluşturan elemanlar doğru veya eğri eksenli, sabit veya değişken enkesitli olabilirler. Her türlü yük ve zorlamanın etkisi altında bulunurlar.

ÇUBUK:

İncelenen sistemde belirli bir tarif yapabilmek için bütün doğru veya eğri eksenli elemanlara çubuk adı verilir. AB çubuğu, BC çubuğu gibi. Çubukların temsil edildiği ince çizgiler , aslında gerçek elemanların boy ekseninden geçen ağırlık eksenleridir.



DÜĞÜM NOKTASI:

İki veya daha fazla çubuğun kesiştiği noktaya düğüm noktası denir B Düğüm noktası (B DN) gibi gösterilir.

Rijit Düğüm Noktası:

Tekil veya yayılı yüklerin etkisi altında, sistemin şekil değiştirmesi halinde bir düğüm noktasında birleşen çubuklar arasındaki açı sabit kalıyorsa, bu gibi düğüm noktalarına rijit düğüm noktası denir.

Hiperstatik Sistemlerin Hesap Yöntemleri

1- Kuvvet Yöntemi (sürekli kirişlerde Clepeyron denklemleri)

2- Deplasman Yöntemleri (Yer Değiştirme Yöntemleri)

a)Açı Yöntemi

b)Cross Yöntemi

c)Sabit Noktalar Yöntemi

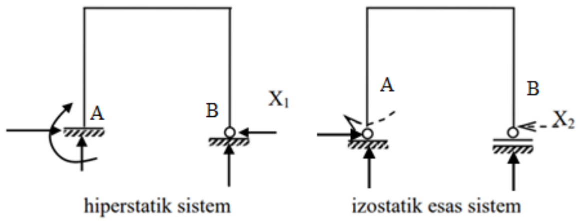
d)Kani Yöntemi v.s.

3- Başlangıç Değerleri Yöntemi (Travers Yöntemi)

İzostatik Esas Sistem: Bir hiperstatik sistemde kesimler yapılarak bazı mesnet tepkileri ve/veya kesit zorlarının kaldırılması suretiyle elde edilen taşıyıcı ve izostatik sistemdir. Bir hiperstatik sistemden çok sayıda izostatik esas sistem (i.e.s.) elde edilebilir.

Hiperstatik Bilinmeyen: Hiperstatik sistemde yapılan kesimlerle kaldırılan (silinen) kesit zorları ve mesnet tepkileridir.

Hiperstatiklik Derecesi: Hiperstatik sistemi izostatik hale getirebilmek için yapılan kesimlerle kaldırılan mesnet tepkileri ve kesit zorlarının sayısıdır. Hiperstatiklik derecesi bir hiperstatik sistemin bütün mesnet tepkilerinin ve kesit zorlarının hesaplanabilmesi için denge denklemlerine ilave edilmesi gereken denklem sayısını verir.



X_1, X_2: Hiperstatik bilinmeyen
<u>Hiperstatiklik derecesi:</u> n=2

Soldaki çerçevenin mesnetlerin ankastre ve sabit mesnettir ve beş bilinmeyen reaksiyonu var. Bunu üçe indirmek lazımdır. Bunun için mesnetlerden birer reaksiyonu hiperstatik bilinmeyen olarak belirlemek gerekir. Ankastre mesnetin üç reaksiyonundan birisi örneğin ankastrelik momenti hiperstatik bilinmeyen (X1) olarak seçilirse, bu mesnet bir derece indirgenir ve sabit mesnet olur. Diğer B deki sabit mesnetin yatay reaksiyonu da hiperstatik bilinmeyen (X2) olarak seçilirse bu mesnette bir derece indirgenerek hareketli mesnete dönüşür. Bu iki hiperstatik bilinmeyen izostatik esas sistemde kuvvet olarak gösterilir.

TEK AÇIKLIKLI HİPERSTATİK KİRİŞLERİN İÇ KUVVETLERİNİN HESABI VE N,Q,M DİYAGRAMLARININ ÇİZİMİ

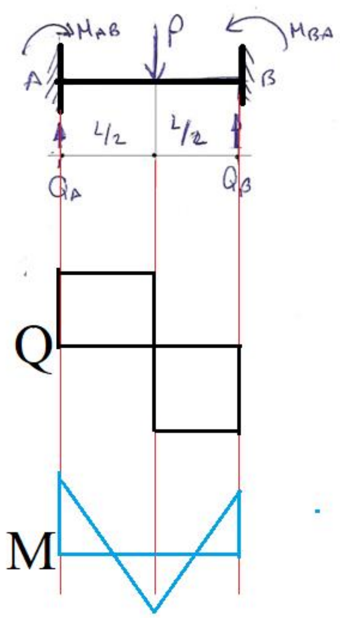
Bir HP kirişin kesit tesir diyagramlarını çizebilmek için öncelikle İzostatik kirişlerin iç kuvvetlerinin analizini ve kesit tesirleri diyagramlarını iyi bilmek gerekir.

Tek açıklıklı HP kirişlerin mesnet reaksiyonlarının hesabı yapılarak işleme başlanır. Bir HP kirişin mesnet reaksiyonu (Q) iki kuvvetin cebrik toplamından oluşur. $Q= Q_0 \pm \Delta Q$

1-Kirişe etki eden dış yüklerden dolayı kiriş mesnetlerinde oluşan reaksiyonlar (Q_0). Bu reaksiyonlar hesaplanacak kirişin İzostatik esas sistem (İES) durumunda iken hesaplanan reaksiyonlardır.

2- Kirişin mesnet şartlarından doğan reaksiyondur. Bu kuvvetler hiperstatik kirişin ankastrelik uç momentlerinin farkından doğan reaksiyonlardır (ΔQ). Bu söylediklerimizi iki ucu ankastre mesnetli tam ortasından tekil yüklü bir hiperstatik kiriş üzerinde açıklayalım.

MİSAL:



$\Sigma M_A = 0$

$M_A - M_B + P \cdot \frac{L}{2} - Q_B \cdot L = 0$

$Q_B = \underbrace{\frac{M_A - M_B}{L}}_{\Delta Q} + \underbrace{\frac{P}{2}}_{Q_0}$

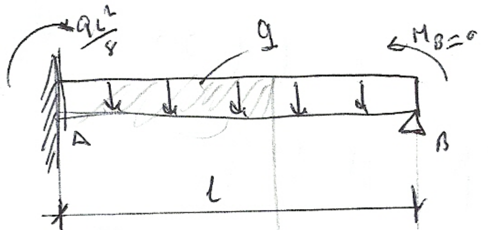
$\boxed{Q = \underset{1}{\Delta Q} \mp \underset{2}{Q_0}}$

$\Delta Q = \frac{\Delta M}{L}$, $Q_0 = V_A = V_B$

Bu ifadede 1. Terim ankastre mesnet momentlerin farkından dolayı oluşan kesme kuvvetidir. Bu değer bir uçta +iken diğer uçta doğal olarak – dir. Ankastrelik momentler kirişin mesnet durumu ve yükleme şekline göre hazırlanmış tablolardan alınabilir.

2. terim ise kirişe etkiyen P tekil yükünden dolayı oluşan mesnet reaksiyonudur ki her iki mesnettede P/2 değerinde olup yönü yukarı doğrudur.

SORU Bir ucu ankastre, diğer ucu sabit mesnetli bir yayılı yüklü kirişin mesnet ve açıklık momentlerinin hesabı



M_A	$qL^2/8$	0
Q_0	$\frac{qL}{2}$	$\frac{qL}{2}$
ΔQ	$\frac{qL}{8}$	$-\frac{qL}{8}$
Q	$\frac{5}{8}.q.L$	$-\frac{3}{8}qL$

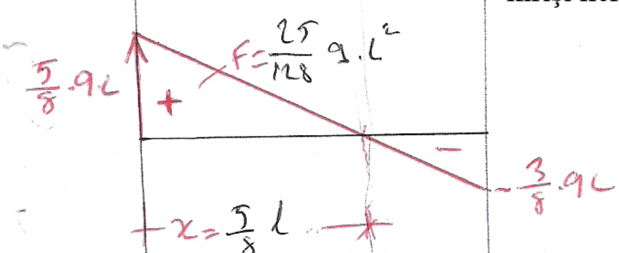
$$\Delta Q = \frac{\Delta M}{L} = \left(\frac{qL^2}{8} - 0\right)/l = \frac{qL}{8}$$

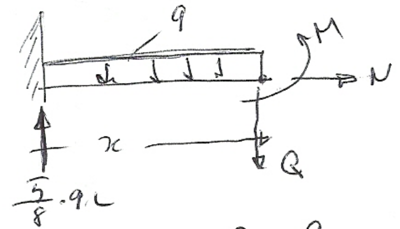
$$Q = \Delta Q \mp Q_0$$

$$Q_{AB} = \underset{4}{\frac{q.L}{2}} + \frac{q.L}{8} = \frac{5}{8}.q.L$$

x mesafesinin hesabı

kirişi herhangi bir x mesafesinde keserek kesit tesirlerine bakalım





$$\frac{5}{8}.\cancel{q}L = \cancel{q}.x \qquad \boxed{x = \frac{5}{8}.l}$$

$\downarrow \Sigma F_y = 0 \qquad Q + q.x - \frac{5}{8}.q.L = 0$

$$\boxed{Q = -qx + \frac{5}{8}.qL}$$

$Q=0$ ise. $(0;\frac{5}{8}qL)$ $(x;y)$

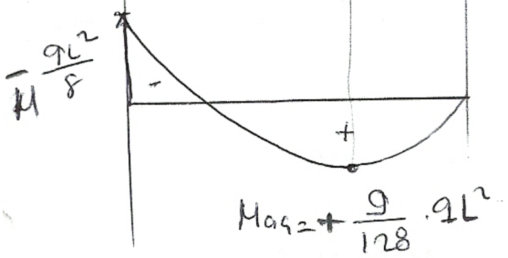
$Q=0$ ise $x=?$

$$0 = -qx + \frac{5}{8}.qL$$

$$\cancel{q}x = \frac{5}{8}\cancel{q}L$$

$$x = \frac{5}{8}.L$$

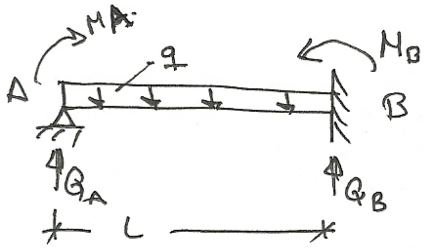
$$F = \frac{5}{8}qL.\frac{5}{8}.l.\frac{1}{2} = \frac{25}{128}.q.l^2 \text{ br}^2$$



$$M_{aç} = -\underset{(16)}{\frac{qL^2}{8}} + \frac{25}{128}.q.l^2$$

$$\boxed{= +\frac{9}{128}.q.l^2}$$

Bir ucu basit, diğer ucu ankastre mesnetli ve düzgün yayılı yüklü kirişin mesnet reaksiyonlarının hesabı



M_B = ankastrelik moment.

$M_A = 0$

$M_B = \frac{qL^2}{8}$ **(ankastrelik moment tablosundan)**

$Q = Q_0 \mp \Delta Q$.

$Q_0 = \frac{q.L}{2}$; $\Delta Q = \frac{\Delta M}{L} = \frac{0 - M_B}{L} = -\frac{M_B}{L}$

$\Sigma M_A = q.L.\frac{L}{2} - Q_B.L - M_B$

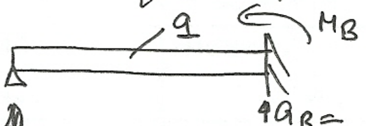
$\boxed{Q_B = \frac{q.L}{2} + \frac{M_B}{L}}$ $\quad \frac{\Delta M}{L} = \frac{0 - M_B}{L} = -\frac{M_B}{L}$

$M_B = \frac{q.L^2}{8}$ ise.

$Q_B = \underset{(4)}{\frac{q.L}{2}} + \frac{qL^2}{8}.\frac{1}{L} = \frac{4.qL}{8} + \frac{qL}{8} = \frac{5}{8}.q.L$

$Q_A = \frac{3}{8}.q.L$ olur

o halde tek açıklıklı bir ucu ankastre, diğer ucu serbest ve düzgün yayılı yüklü bir kirişin mesnet reaksiyonları şu şekilde olur.



$Q_B = \frac{q.L}{2} + \frac{qL^2}{8}.\frac{1}{L} = \frac{5}{8}.q.L$

$Q_A = \frac{q.L}{2} - \frac{qL^2}{8}.\frac{1}{L}$

$Q_A = \frac{3}{8}.q.L$

Misal = $q = 10$ ton $L = 10$m. EI sabit

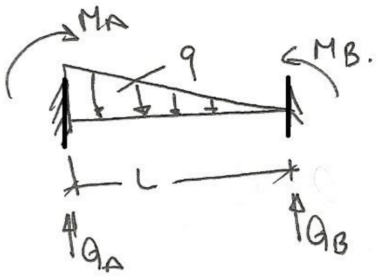
$Q_A = \frac{3}{5}.q.L = \frac{3}{5}.10.10 = 37{,}5$ ton.

$Q_B = \frac{5}{8}.10.10 = 62{,}5$ ton

$37{,}5 + 62{,}5 = 100$ ton $= q.L = 10.10 = 100$ ton.

Maç= $\frac{9}{128}q.L^2$ $\quad$ ***MA=0*** $\quad$ ***MB=*** $\frac{qL^2}{8}$ ***Tablodan***

İki ucu ankastre üçgen yayılı yüklü kirişlerin mesnet reaksiyonu hesabı



M_A ve M_B ankastrelik momentleridir

$$M_A = \frac{q.L^2}{20} \qquad M_B = \frac{qL^2}{30}$$

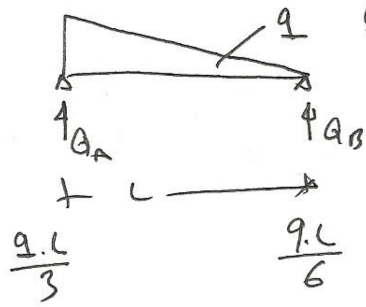
$$\Sigma M_A = M_A - M_B + \frac{q.L}{2}.\frac{1}{3}L - Q_B.L = 0$$

$$= M_A - M_B + \frac{qL^2}{6} - Q_B.L$$

$$Q_B = \left(\frac{qL^2}{6} + M_A - M_B\right).\frac{1}{L}$$

$$Q_B = \left(\underbrace{\frac{q.L}{6}}_{Q_0} + \underbrace{\frac{M_A - M_B}{L}}_{\Delta Q}\right) \text{ olur}$$

İzostatik esas sistemde mesnet reaksiyonu



$\Sigma M_A = 0$

$$\frac{q.L}{2}.\frac{1}{3}.L - Q_{B_0}.L = 0 \qquad Q_{B_0} = \frac{q.L}{6} \text{ dır.}$$

$$Q_{A_0} + Q_{B_0} = \frac{q.L}{2} \text{ dır.}$$

$$Q_{A_0} = \frac{q.L}{2} - \frac{q.L}{6} = \frac{qL}{3} \text{ olur.}$$

Bu kirişin Ankastrelik momentleri Tablodan alınarak yerlerine konulursa

$$\Delta Q = \frac{M_A - M_B}{L} \Rightarrow \frac{\frac{qL^2}{20} - \frac{qL^2}{30}}{L} = \underset{(3)}{\frac{q.L}{20}} - \underset{(2)}{\frac{q.L}{30}} = \frac{3qL}{60} - \frac{2qL}{60} = \frac{q.L}{60}$$

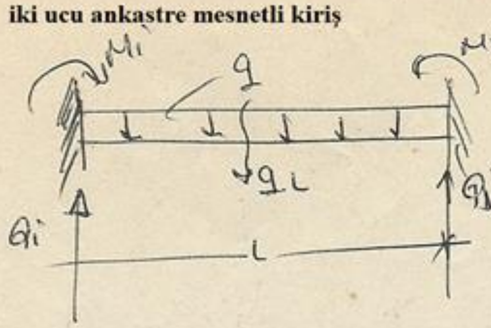
$$Q_A = Q_0 + \Delta Q = \underset{(20)}{\frac{q.L}{3}} + \frac{q.L}{60} = \frac{20.q.L}{60} + \frac{q.L}{60} = \frac{21}{60}.q.L = \boxed{\frac{7}{20}.qL} \text{ olur}$$

$$Q_B = Q_0 + \Delta Q = \underset{(10)}{\frac{q.L}{6}} + \frac{qL}{60} = \frac{10.qL}{60} - \frac{q.L}{60} = \frac{9.qL}{60} = \frac{9}{60}.qL = \boxed{\frac{3}{20}\,qL} \text{ olur}$$

Bir açıklıklı hiperstatik kirişlere ait ankastrelik momentler tablosu bu ders notunun en sonunda verilmiştir.

BİR AÇIKLIKLI HİPERSTATİK KİRİŞLERİN MESNET REAKSİYONU HESABI

iki ucu ankastre mesnetli kiriş



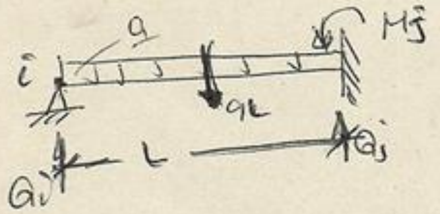
Mi=-Mj

$$\sum M_i = M_i - M_j + q.L.\frac{L}{2} - Q_j.L = 0$$

$$Q_j.L = M_i - M_j + \frac{qL^2}{2}$$

$$Q_i = \underbrace{\frac{M_i - M_j}{L}}_{1} + \underbrace{\frac{qL}{2}}_{2} \Rightarrow Q_i = \frac{\Delta M}{L} + Q_0$$

Bir ucu basit, diğer ucu ankastre mesnetli kiriş

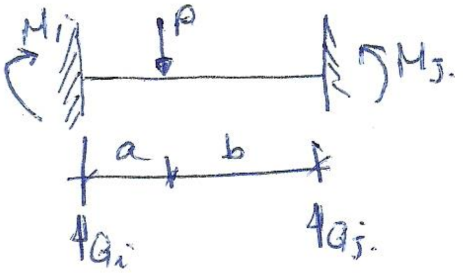


$$\sum M_i = -M_j + q.L.\frac{L}{2} - Q_j.L = 0$$

$$Q_j.L = -M_j + \frac{qL^2}{2}$$

$$\boxed{Q_j = -\frac{M_j}{L} + \frac{qL}{2}}$$ alınır

Tekil yükün kirisin ortasına etkimemesi durumu

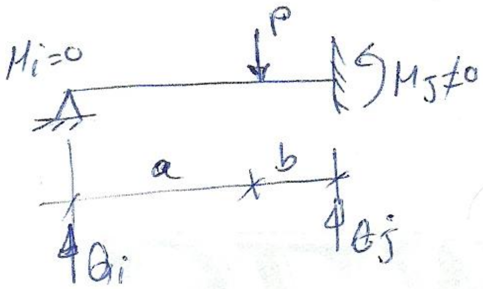


$$\sum M_i = M_i - M_j + P.a - Q_j.L = 0$$

$$Q_j = \frac{M_i - M_j}{L} + \frac{Pa}{L}$$

$$Q_i = \frac{\Delta M}{L} + \frac{P.b}{L} \quad \text{veya} \quad \frac{\Delta M}{L} + \frac{P.(L-a)}{L}$$

Bir ucu basit diğer ucu ankastre mesnetli kirişler

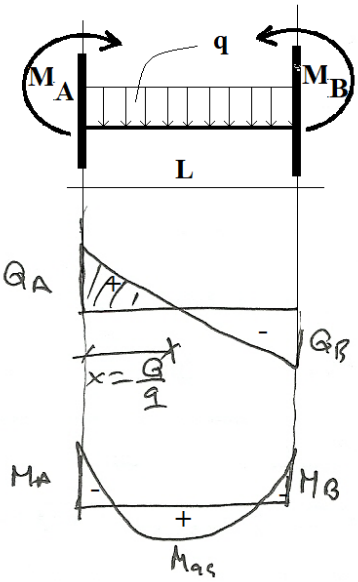


$$\sum M_A = -M_j + P.a - Q_j.L$$

$$Q_j = \frac{Pa}{L} \mp \frac{M_j}{L}$$

$$Q_i = \frac{P.b}{L} \mp \frac{M_j}{L}$$

İki ucu ankastre bir açıklıklı kirişlerin açıklık momenti hesabı



$M_A = M_B = \frac{qL^2}{12}$ ankastrelik momentle dir. sürekli kirişlede ise dengelenmiş mesnet momentleri'dir.

$Q_A = \frac{qL}{2} \mp \frac{\Delta M}{L}$

$\Delta M = \frac{M_A - M_B}{L} = 0 \quad Q_A = \frac{qL}{2}$ dir.

$Q_{alan} = \frac{q.L}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{qL^2}{8}$

$M_A = \frac{qL^2}{12}$ (ankastrelik mesnet momentidir.

$M_{aç} = M_A - Q_{alan}$

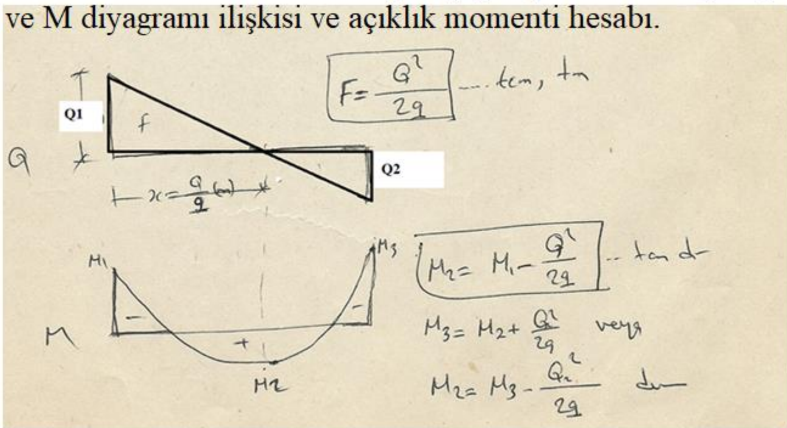
$M_{aç} = \frac{qL^2}{12} - \frac{qL^2}{8} = \frac{qL^2}{24}$ alır. (Tek açıklıklı kirişte)

(2) (3)

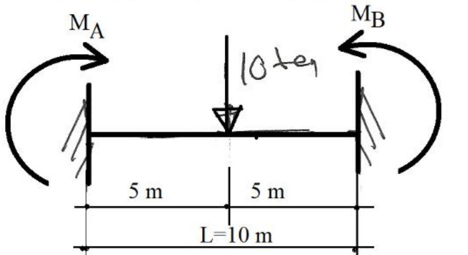
$Q_{alan} = M = Q_A \cdot \frac{Q_A}{q} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Q_A^2}{2q}$

$M_{aç} = M_A - \frac{Q_A^2}{2q}$ alır. (Sürekli kirişte.)

İki ucu ankastre mesnetli düzgün yayılı yüklü bir kirişin Q ve M diyagramı ilişkisi ve açıklık momenti hesabı.



Verilen bir açıklıklı hiperstatik kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.

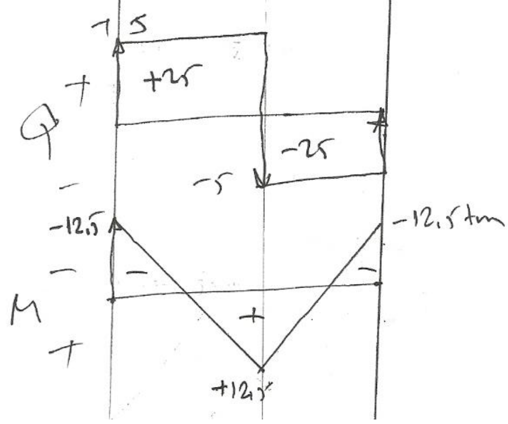


Ankastrelik moment tablosundan

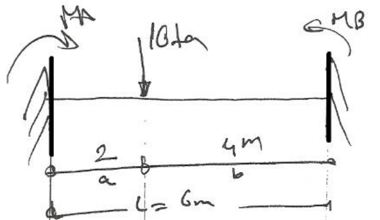
$$M_{ij} = \frac{P.L}{8} = \frac{10.10}{8} = 12{,}5 \text{ ton}$$

$$\Delta Q = \frac{12{,}5 - 12{,}5}{10} = 0$$

M_{ij}	12,5	12,5
ΔQ	0	0
Q_o	5	5
Q	5	5



Verilen bir açıklıklı kirişin N,Q,M diyagramlarını çiziniz



$$M_A = \frac{P.a.b^2}{L^2} = \frac{10.2.4^2}{6^2} = 9 \text{ tm}$$

$$M_B = \frac{P.b.a^2}{L^2} = \frac{10.4.2^2}{36} = 4 \text{ tm}$$

M_{ij}	9	4
ΔQ	0,83	-0,83
Q_o	6,67	3,33
Q	7,5	2,5

$$\Delta Q_i = \frac{9-4}{6} = 0{,}83 \text{ tm}$$

$$\Delta Q_j = \frac{4-9}{6} = -0{,}83$$

Q_o

$\sum M_A = 0$

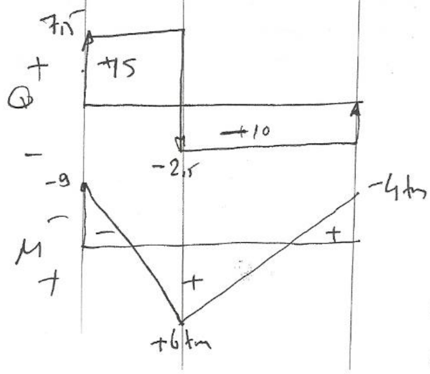
$10 \cdot 2 = 6 V_B$

$$\boxed{\begin{array}{l} V_B = 3{,}33 \text{ ton} \\ V_A = 6{,}67 \text{ ton} \end{array}} \; Q_o$$

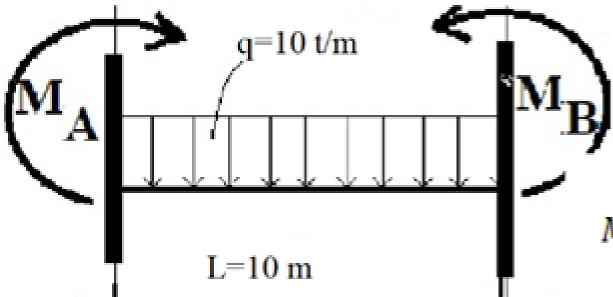
$Q_i = 0{,}83 + 6{,}67 = 7{,}5$

$Q_j = -0{,}83 + 3{,}33 = 2{,}5$

$\Big\} \; 10 \text{ ton} = P$



Verilen iki ucu ankastre düzgün yayılı yüklü kirişin kesit tesir diyagramlarını çiziniz.



$$M_A = M_B = \frac{q \cdot L^2}{12} = \frac{10 \cdot 10^2}{12} = 83\ tm$$

ankastrelik momentler tablosundan alınır.

Misal:

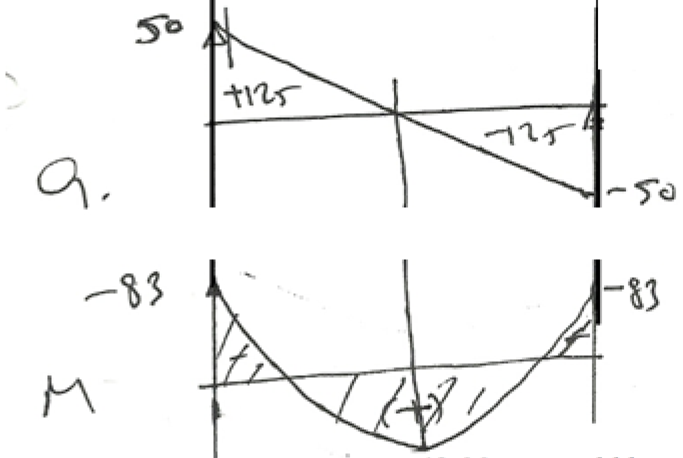
M i j	83	83
ΔQ	0	0
Q_0	50	50
Q	50	50

ΔQ =(Mi-Mj)/L Mesnet momentleri farkından oluşan kesme kuvveti

izostatik esas sistemde MR

$$\Delta Q = \frac{\Delta M}{L} = \frac{83 - 83}{10} = 0$$

$$Q_0 = \frac{q \cdot L}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ ton}$$

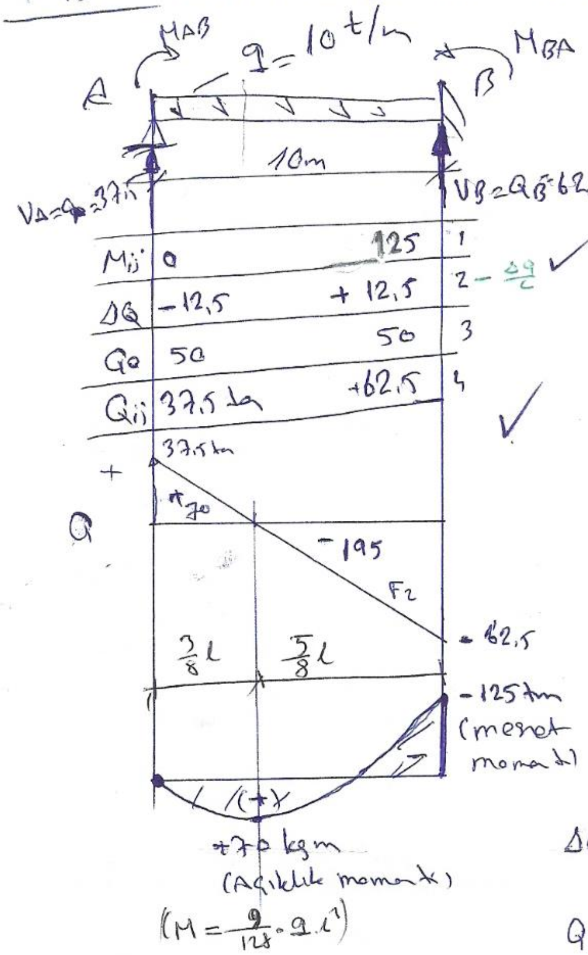


+42.00 tm; açıklık momentidir.

$$Ma = \frac{q \cdot L^2}{24} = \frac{10 \cdot 10^2}{24} = 41,66 \sim 42\ tm$$

Kesit tesirleri, MR hesaplandıktan sonra önce kesme kuvveti, daha sonra eğilme momenti dağıcılık yöntemi diye öğretilen yöntemle çizilmiştir.

Misal Bir ucu basit diğer ucu ankastre mesnetli bir açıklıklı kiriş



$M_{AB} = 0$ (basit mesnet)

$$M_{BA} = \frac{q l^2}{8} = \frac{10 \cdot 10^2}{8} = 125\ tm$$

(Ankastre mesnet)

KURAL

1- Sol uca (+), sağ uca (−) işaretle tam ankastrelik uç momentleri yazılır.

2- $\left(\frac{\Delta M}{L}\right)$ cebirsel işaret yazılır $\left(\frac{\text{Sol uç} - \text{sağ uç}}{L}\right)$

3- İzostatik sistemde mesnet reaksiyonları

4- ($\Delta Q \mp Q_0$) cebirsel toplam M.R. verir.

$$\Delta Q = \frac{0 - 125}{10} = -12{,}5\ ton$$

$$Q_0 = \frac{q L}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50\ ton$$

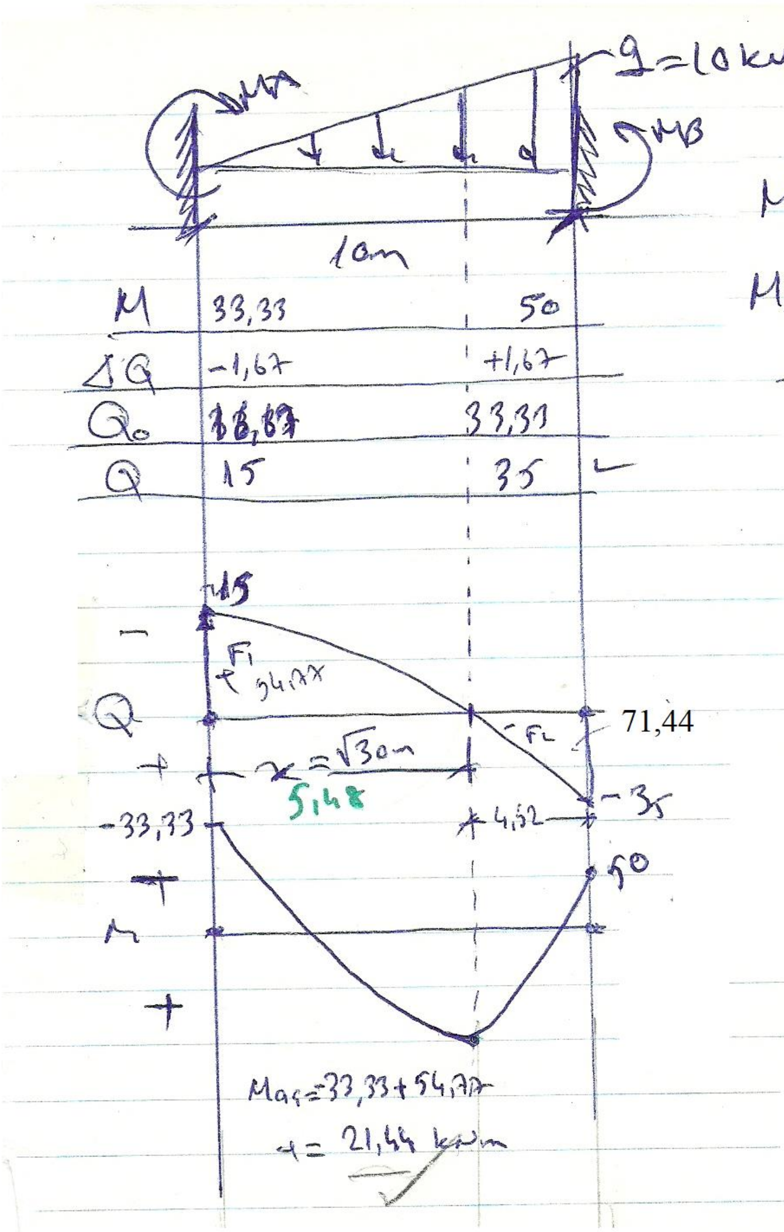
$$Q_i = (-12{,}5) + (50) = +37{,}5\ ton$$

$$Q_j = 12{,}5 + 50 = 62{,}5\ ton$$

$M_{BA} = M_{aç} + (F_2)$

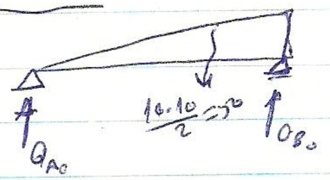
$= 70 + (-195) = -125\ tm$

Misal: İki ucu ankastre üçgen yayılı yüklü kirişin kesit tesir diyagramları



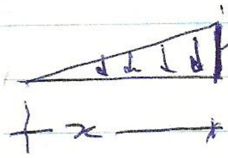
$M_A = \frac{ql^2}{30} = \frac{10\cdot10^2}{30} = 33,33$ kNm

$M_B = \frac{ql^2}{20} = \frac{10\cdot10^2}{20} = 50$ kNm



$\sum M_{A} = 0 \quad 50\cdot\frac{2}{3}\cdot10 = 10\,Q_{B0}$

$Q_{B0} = 33,33$ k



$q_x = \frac{q}{L}\cdot x = \frac{10}{10}x = x$

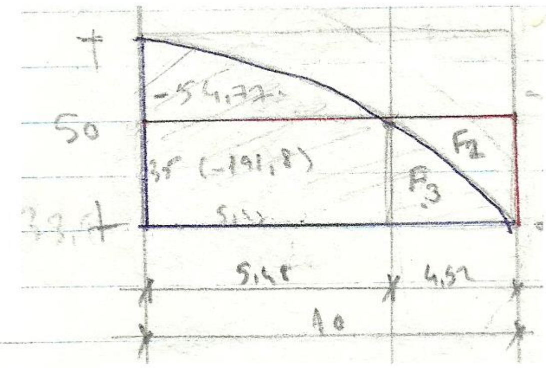
$F_1 = 15$

$15 = x\cdot x\cdot\frac{1}{2}$

$\frac{x^2}{2} = 15 \quad x = \sqrt{30}$ m

$x = 5,48$ m

$F_1 = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{30}\cdot15 = 54,77$ kNm



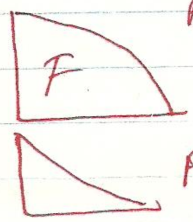
dış bükey.

$F = a\cdot b\cdot\frac{2}{3} = 50\cdot10\cdot\frac{2}{3} = 333,33$k

$F_3 = 333,33 - (191,8 + 54,77)$

$= 86,76$ kNm

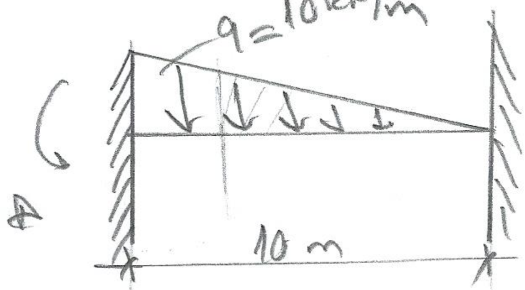
$F_2 = (35\times4,52) - 86,76 = 71,44$ kNm



$F = a.b.\frac{2}{3}$

$F = a.b\frac{1}{3}$

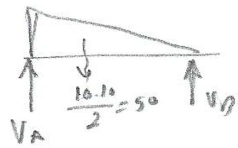
İki ucu ankastre üçgen yayılı yüklü kiriş



$$M_A = \frac{qL^2}{20} = \frac{10 \cdot 10^2}{20} = 50\,kNm$$

$$M_B = \frac{qL^2}{30} = \frac{10 \cdot 10^2}{30} = 33,33\,kNm$$

Qo



$\uparrow \Sigma F_y = 0$

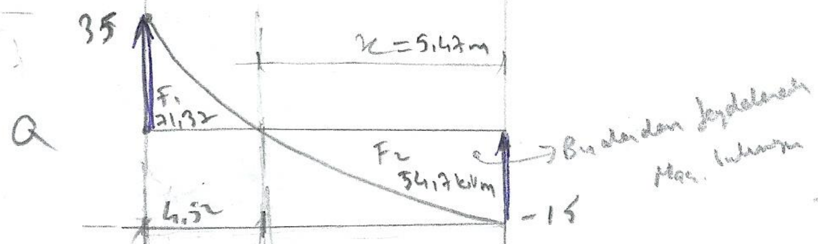
$V_A + V_B = 50$

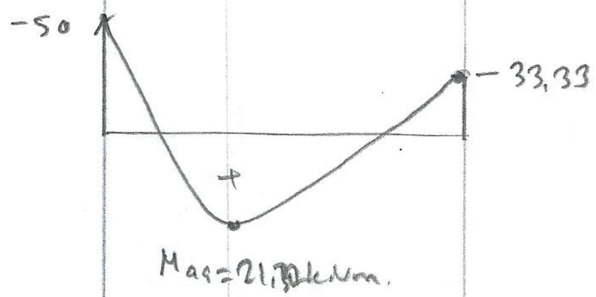
$\Sigma M_A = 0 \quad 50 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 = 10 V_B$

$V_B = 16,67\,kN$

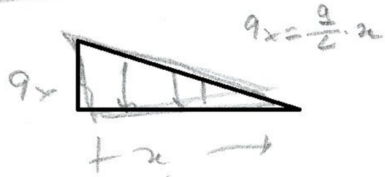
$V_A = 33,33\,kN$

M_{ij}	50	33,33
ΔQ	1,667	−1,667
Q_o	33.33	16,67
Q	35	15





x in hesabı



$$q_x = \frac{10}{10} \cdot x = x$$

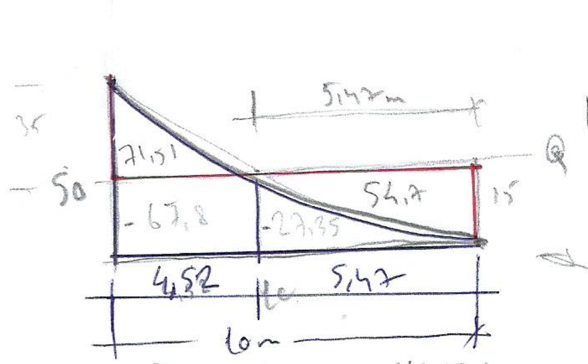
$$F = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2}{2} = 15 \rightarrow x = 5,47\,m.$$

$M_{max} = -33,33 + F_2 \quad \rightarrow F_2 = \frac{2}{3} \cdot 15 \cdot 5,47$

$= -33,33 + 54,7 \qquad F_2 = 54,7\,kNm$

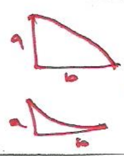
$M_{max} = \underline{21,37\,kNm}$



Q alanları geometrik olarak hesaplanabilir.

$F = \frac{50 \cdot 10}{3} = 166,67\,kNm$

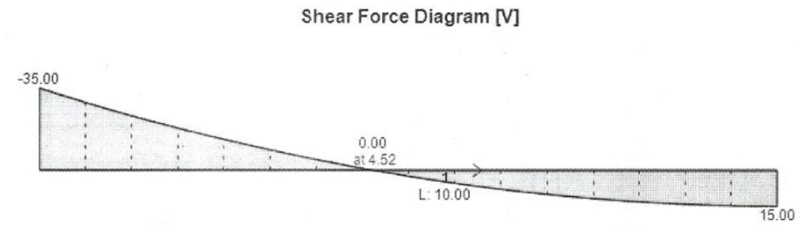
$F = a \cdot b \cdot \frac{1}{3}$ (iç bükey)

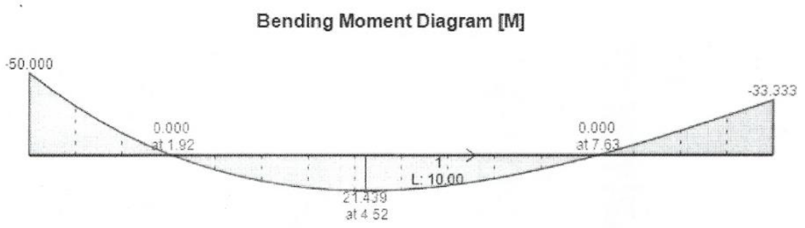


$F = a \cdot b \cdot \frac{2}{3}$ dış bükey

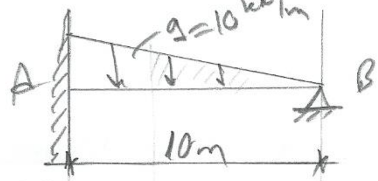
$F = a \cdot b \frac{1}{3}$ — iç bükey.

Bir önceki örneğin EngiLab Beam.2D 2018 Lit paket programıyla çözülmüş hali.
Sizde internetten bu programı indirebilir ve kullanabilirsiniz.



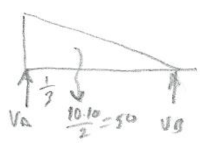


Bir ucu ankastre diğer ucu basit mesnetli ve üçgen yayılı yüklü kiriş



M_{ij}	66,67	0
ΔQ	6,67	−6,67
Q_0	33,33	16,67
Q	40	10

$$M_A = \frac{2}{3} q L^2 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 10^2 = 66,67 \text{ kNm}$$



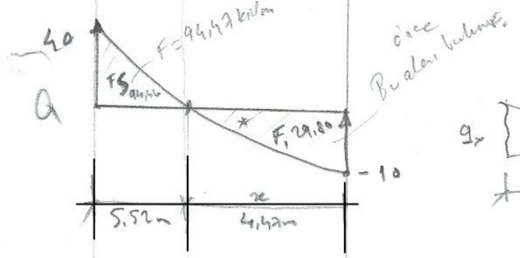
$\uparrow \Sigma F_y = 0$

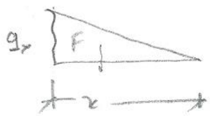
$V_A + V_B = 50$

$\Sigma M_A = 0 \quad 50 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 = 10 V_B$

$V_B = 16,67$ kN

$V_A = 50 - 16,67 = 33,33$ kN

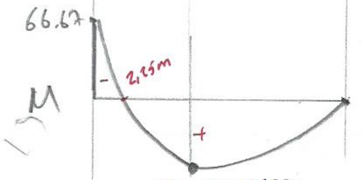




$q_x = \frac{q}{L} x = \frac{10}{10} x$

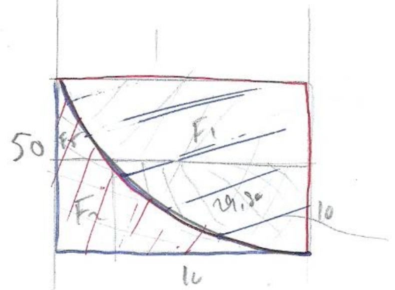
$q_x = x$

$F = \frac{x^2}{2} \qquad 10 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x = 4,47$ m



Maç=29,80 kNm

$F_1 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 4,47 = 29,80$ kNm



$F = 50 \times 10 = 500$ kNm

$F_1 = \frac{2}{3} \times 50 \times 10 = 333,33$ kNm

$F_2 = 500 - 333,33 = 166,67$ kNm $(a.b \frac{1}{3})$

$F_3 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 4,47 = 29,80$ kNm

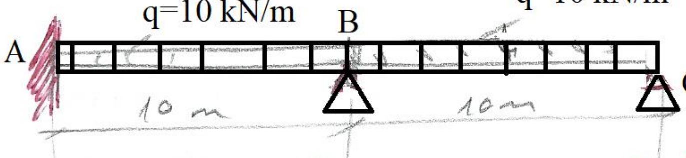
$F_4 = (10 \times 10) - 29,80 = 70,20$

$F_5 = 166,67 - 70,20 = 94,46$ kNm

$F = \frac{2}{3} a.b$

$F = \frac{1}{3} a.b$

İki açıklıklı sürekli bir kirişin moment dengeleme yöntemi ve dağcılık yöntemi ile kesit tesir diyagramlarının çizilmesi.



Redörler AB açıklığı I/L
ve BC açıklığı 0,75 I/L

I, kiriş atalet momenti olup
1 (sabit) alınabilir.

	A	B	B	C	
M	+83	-83	+125	0	1
ΔQ	0	0	+12,5	-12,5	2
Q_0	50	50	50	50	3
Q	50	50	62,5	37,5	

$M_{AB} = \frac{ql^2}{12} = 83$ tm AB kirişi

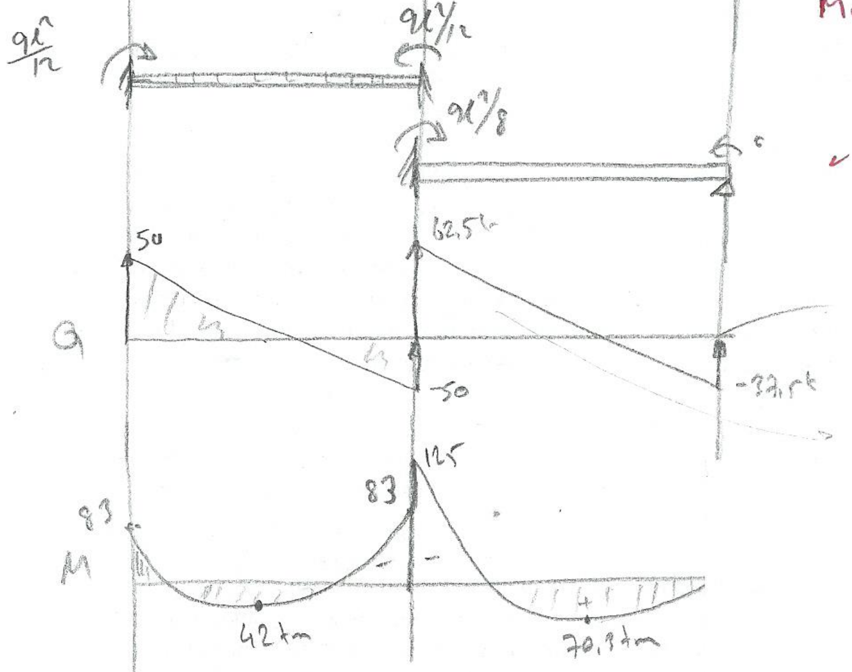
$M_{CB} = \frac{ql^2}{8} = 125$ tm BC kirişi

$\Delta Q = \frac{83-83}{10} = 0$

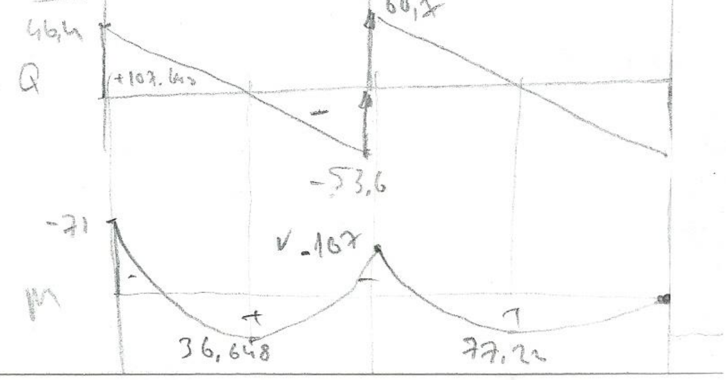
$\Delta Q = \frac{125-0}{10} = 12,5$ t

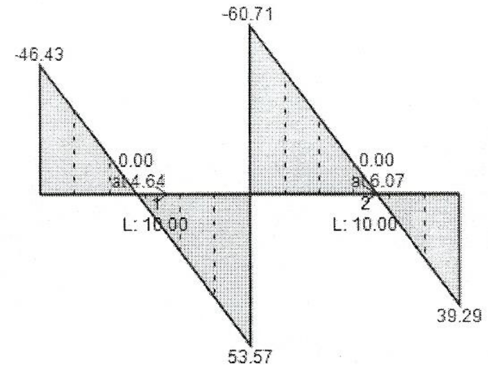
$\frac{Q^2}{2q} = \frac{37,5^2}{2\times10} = 70,3$ tm

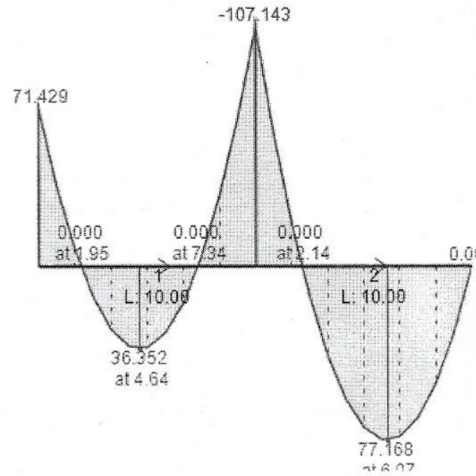
$\frac{Q^2}{} = \frac{62,5^2}{} = 195,3$



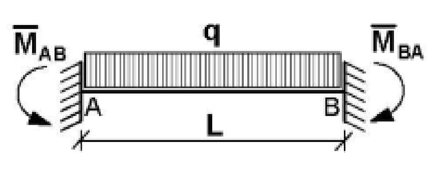
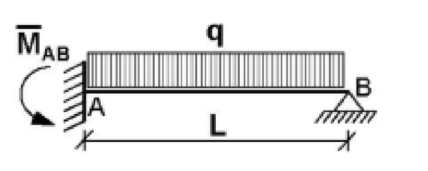
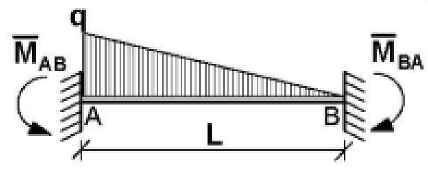
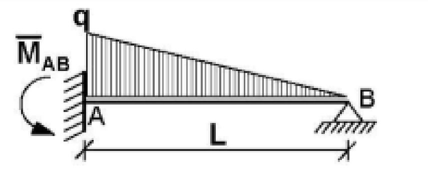
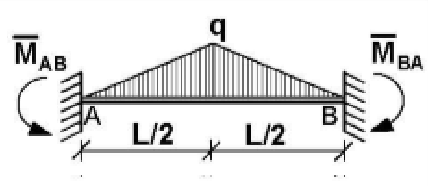
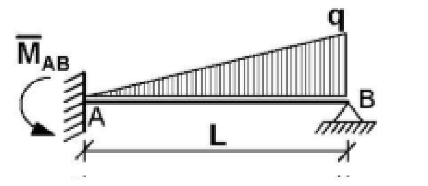
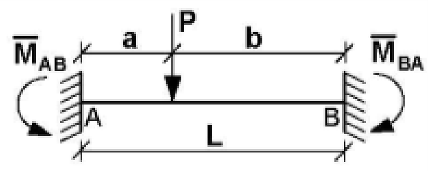
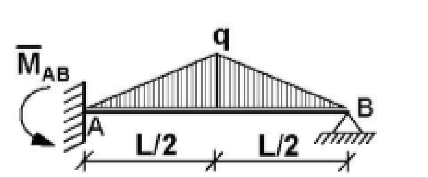
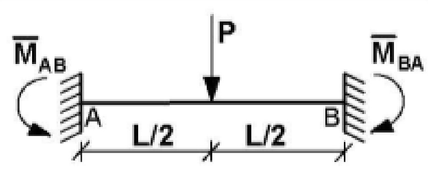
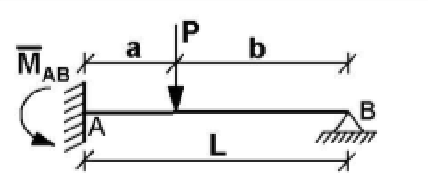
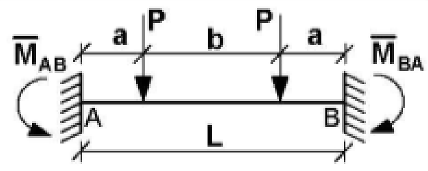
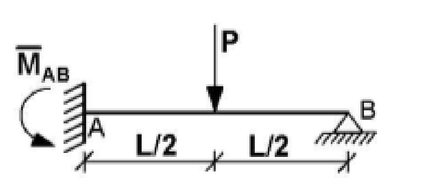
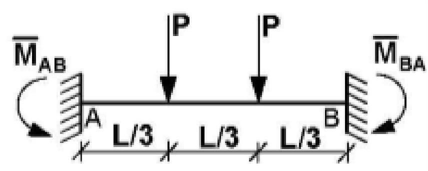
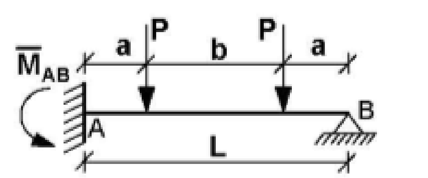
	$\frac{I}{L}$		$0{,}75\frac{I}{L}$	
K	0	0,57	0,43	1,0
M_{x0}	+83	-83	+125	0
	-12	-24	-18	0
ΣM	+71	-107	+107	0
ΔQ	-3,6t	+3,6t	+10,7	-10,7
Q_0	+50	+50	+50	+50
Q	46,4	53,6	60,7	39.3







ANKASTRELİK UÇ MOMENTLERİ

İKİ UCU ANKASTRE KİRİŞLER			BİR UCU ANKASTRE-BİR UCU MAFSALLI	
Yükleme Şekli	$\overline{M}_{AB}$	$\overline{M}_{BA}$	Yükleme Şekli	$\overline{M}_{AB}$
	$\frac{q.L^2}{12}$	$\frac{q.L^2}{12}$		$\frac{q.L^2}{8}$
	$\frac{q.L^2}{20}$	$\frac{q.L^2}{30}$		$\frac{2.q.L^2}{3}$
	$\frac{5.q.L^2}{96}$	$\frac{5.q.L^2}{96}$		$\frac{7.q.L^2}{120}$
	$\frac{P.a.b^2}{L^2}$	$\frac{P.b.a^2}{L^2}$		$\frac{5.q.L^2}{64}$
	$\frac{P.L}{8}$	$\frac{P.L}{8}$		$\frac{Pab(L+b)}{2L^2}$
	$\frac{Pa(L-a)}{L}$	$\frac{Pa(L-a)}{L}$		$\frac{3.P.L}{16}$
	$\frac{2.P.L}{9}$	$\frac{2.P.L}{9}$		$\frac{3Pa(L-a)}{2.L}$

r= I/L

r=0.75 I/L

MESNET VE YÜKLEME ÇESIDINE GÖRE DAHA FAZLA KIRIS ELDE EDILEBILIR.