

PARAMETRİK MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Serinin bütün birimlerine tabi olan merkezî eğilim ölçülerine *parametrik merkezî eğilim ölçüleri* denilmektedir. Bu gruptaki merkezî eğilim ölçüleri serideki tek bir sayının (verinin) değişmesinden doğrudan doğruya etkilenirler. Parametrik merkezî eğilim ölçülerinin tamamı serideki aşırı uçların etkisinde kalırlar. Sınıf uçları belli olmayan gruplandırılmış serilerde sınıf değerleri hesaplanamayacağı için parametrik merkezî eğilim ölçülerinin hiçbirisi hesaplanamaz.

Parametrik merkezî eğilim ölçüleri; aritmetik ortalama ($\bar{X}$), geometrik ortalama (G), harmonik ortalama (H) ve kareli ortalamadır (K).

ARİTMETİK ORTALAMA ($\bar{X}$)

Bu grupta yer alan ortalamalar içinde en basit ve en yaygın olarak kullanılan ortalama şekli aritmetik ortalamadır ve serideki tüm verilerin toplamının eleman sayısına bölünmesi ile hesaplanır. Frekans ve sınıflı serilerde aritmetik ortalama ise serinin toplam değerinin toplam frekansa (birim sayısına) bölünmesi ile bulunur. Aritmetik ortalama seride değişkeni ifade eden harfin üzerine tire konularak gösterilir. Aritmetik ortalama serideki bütün sayılardan etkilenen bir ortalamadır. İstatistiki uygulamalarda en çok kullanılan merkezî eğilim ölçüsüdür. Basit bir seride aritmetik ortalama serideki birimlerin toplamının birim sayısına bölümüyle elde edilir. Yani,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

şeklinde hesaplanır.

ÖR: $X: 2, 2, 5, 10, 18, 20$
Serisinin art.ort. kaç?
$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{2+2+5+10+18+20}{6}$$
$$\bar{X} = 9,5$$

ÖR: 5 tane 2, yedi tane 8 ve 10 tane 12 den oluşan serinin $\bar{X} = ?$

$$\bar{X} = \frac{5 \cdot 2 + 7 \cdot 8 + 10 \cdot 12}{5 + 7 + 10} = \frac{10 + 56 + 120}{22}$$

$$\bar{X} = \frac{186}{22} = 8,45$$

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{186}{22}$$

X	f	fX
2	5	10
8	7	56
12	10	120
	22	186

Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde ise aritmetik ortalama,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Formülü ile bulunur.

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

Gruplandırılmış serilerde X değerleri sınıf orta noktalarını yani sınıf değerlerini gösterirler.

ÖRNEK: Aşağıdaki gruplandırılmış serinin aritmetik ortalamasını bulunuz.

Sınıflar	f	X	fX
0 - 20	8	10	80
20 - 40	16	30	480
40 - 60	40	50	2000
60 - 80	16	70	1120
80 - 100	8	90	720
	88		4400

Simetrik

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{4400}{88} = 50$$

ÖRNEK: Aşağıdaki serinin aritmetik ortalamasını bulunuz.

Sınıflar	f	X	fX
0 – 20	50	10	500
20 – 40	90	30	2700
40 – 60	100	50	5000
60 – 80	140	70	9800
80 - 100	20	90	1800
	400		19800

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{19800}{400} = \underline{\underline{49,5}}$$

X değerlerine ait tartılar varsa frekanslar yerine tartılar kullanılarak tartılı aritmetik ortalama hesaplanır. Tartılar t ile gösterilerek, tartılı aritmetik ortalama formülü,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i X_i}{\sum_{i=1}^n t_i}$$

ile hesaplanır.

$$\bar{X} = \frac{\sum tX}{\sum t}$$

Ders	(t)	(X)	tX
İkt. GİR.	3	70	210
Hukuk	2	100	200
Mat.	4	50	200
İst.	4	60	240
Muh	6	80	480
	$\sum t = 19$		1330

$$\bar{X} = \frac{1330}{19} = \underline{\underline{70}}$$

Aritmetik Ortalamanın Özellikleri

- Aritmetik dizi şeklinde artış veya azalış gösteren serileri en iyi temsil eden parametrik merkezî eğilim ölçüsüdür.

Basit bir sayıya belirli bir sayının katlarının ilave edilmesiyle elde edilen diziye **aritmetik dizi** denir. Mesela 5 sayısına sabit bir sayı olan 3 sayısının sürekli olarak ilave edilmesiyle **5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 36, ...** serisi elde edilir. Bu seri aritmetik dizi şeklinde artışları gösteren bir seridir. Aritmetik ortalama, aritmetik diziye benzeyen serileri de en iyi temsil eden merkezî eğilim ölçüsüdür.

- Serideki verilerin aritmetik ortalamadan sapmalarının toplamı sıfırdır.

$$\sum (X - \bar{X}) = 0$$

$$\bar{X} = \frac{80}{5} = \underline{\underline{16}}$$

X	X - $\bar{X}$
2	-14
3	-13
17	1
28	12
30	14
	$\underline{\underline{0}}$

$(X - \bar{X})^2$	$(X - 20)^2$
196	324
169	289
1	9
144	64
196	100
$\underline{\underline{706}}$	$\underline{\underline{786}}$

$$706 < 786$$

- Serideki birimlerin aritmetik ortalamadan sapmalarının kareleri toplamı **minimumdur**.

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = \text{minimum}$$

- Bir serinin aritmetik ortalaması serinin toplam frekansı ile çarpılırsa serideki verilerin toplamı elde edilir.

$$\bar{X} \cdot \sum f = \sum X$$

$$\bar{X} = \frac{190}{26} = 7,3$$

$$7,3 \cdot 26 = 189,8$$

X	f	fX
2	5	10
4	10	40
10	8	80
20	3	60
	<u>26</u>	<u>190</u>

- Bir serideki sayılar iki veya daha fazla serinin aynı hizadaki sayılarının toplamına eşitse, bu serinin aritmetik ortalaması diğer serilerin aritmetik ortalamaları toplamına eşittir.

X	f	fX
8	5	40
19	10	190
20	15	300
30	10	300
	<u>40</u>	<u>830</u>

$$\bar{X} = \frac{830}{40} = 20,75$$

X	f	fX
3	5	15
9	10	90
11	15	165
13	10	130
	<u>40</u>	<u>400</u>

$$\bar{X} = \frac{400}{40} = 10$$

X	f	fX
5	5	25
10	10	100
9	15	135
17	10	170
	<u>40</u>	<u>430</u>

$$\bar{X} = \frac{430}{40} = 10,75$$

$$10 + 10,75 = 20,75$$

- Bir serideki sayıların her birinin sabit bir sayı ile çarpılması hâlinde bulunacak serinin ortalaması önceki serinin ortalamasının söz konusu sabit sayı ile çarpımına eşittir.

X	f	fX
2	5	10
5	10	50
10	20	200
30	30	900
	<u>65</u>	<u>1160</u>

$$\bar{X} = \frac{1160}{65} = 17,846$$

$$\times 3$$

X	f	fX
6	5	30
15	10	150
30	20	600
90	30	2700
	<u>65</u>	<u>3480</u>

$$\bar{X} = \frac{3480}{65} = 53,538$$

$$17,846 \times 3 = 53,538$$

- Serideki rakamlara belirli bir sabit sayının eklenmesi hâlinde bulunacak ortalama, önceki ortalamanın söz konusu sabit sayı ile toplamına eşittir.

X	f	fX
2	5	10
5	10	50
10	20	200
25	30	750
	<u>65</u>	<u>1010</u>

$$\bar{X} = \frac{1010}{65} = 15,538$$

$$\bar{X} = 12,4$$

$$\times 5$$

X	f	fX
7	5	35
10	10	100
15	20	300
30	30	900
	<u>65</u>	<u>1335</u>

$$\bar{X} = \frac{1335}{65} = 20,538$$

GEOMETRİK ORTALAMA (G) ✓

Geometrik ortalama da aritmetik ortalama gibi serinin bütün birimlerine tabi bir ortalama çeşididir. Bu ortalama, serideki n tane verinin çarpımının n ' inci dereceden kökü alınmak suretiyle hesaplanır. Seride sıfır veya negatif değer varsa geometrik ortalama hesaplanamaz. Geometrik ortalama, geometrik dizi şeklinde artış gösteren serileri en iyi temsil eden parametrik merkezî eğilim ölçüsüdür. Geometrik dizi bir sayının katlanarak değerler alması durumunda oluşan seridir.

Mesela 2 değeri katlanarak değerler alırsa 2, 4, 8, 16, 32, ... serisi elde edilir. Gözlem sonuçları arasındaki oransal (nispi) farkların mutlak farklardan önemli olduğu durumlarda geometrik ortalama başvurulur. Diğer bir ifade ile, gözlem sonuçlarının her biri bir önceki gözlem sonucuna bağlı olarak değişiyorsa ve bu değişimin hızı saptanmak istenirse geometrik ortalama sağlıklı sonuçlar verir.

Basit serilerde geometrik ortalama,

$$G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n} \text{ ile bulunur.}$$

$$(x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)^{1/n}$$

ÖR $x: 2, 5, 100$

$$G = \sqrt[3]{2 \cdot 5 \cdot 100} = \sqrt[3]{1000} \rightarrow 10^3$$
$$G = \underline{\underline{10}}$$

Bu formül seride çok sayıda veri varsa pek elverişli değildir. Eşitliğin her iki tarafının logaritması alındığında, logaritması alınmış geometrik ortalama,

$$\log G = \frac{1}{n} [\log X_1 + \log X_2 + \dots + \log X_n] \text{ ile bulunur.}$$

$\log G$ elde edildikten sonra bulunan değerın anti logaritması alınarak geometrik ortalama hesaplanır.

Sınıflandırılmış ve gruplandırılmış serilerde geometrik ortalama,

$$G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_n^{f_n}} \text{ ile bulunur.}$$

Formül bu haliyle kullanılamaz. Her iki tarafın logaritması alındığında,

$$\log G = \frac{1}{\sum f_i} [f_1 \log X_1 + f_2 \log X_2 + \dots + f_n \log X_n] \text{ Formülü elde edilir.}$$